

注意事項

1. 考試時間共 180 分鐘。每個人於同一題上傳兩次程式碼之間需間隔兩分鐘以上。若於題目上有疑慮，可以在 Communication 的地方提問。
2. 本測驗共有 6 題，每題滿分皆為 100 分，故本測驗滿分為 600 分。
3. 每一題的題目有 8 個部分，分別是問題敘述、輸入格式、輸出格式、測資限制、輸入範例、輸出範例、範例解釋、評分說明，請仔細閱讀後再進行作答。
4. 本次競賽使用線上評測系統 CMS。參賽者需將程式碼上傳至線上評測系統，才予以計分。成績以評測系統上的分數為準。(若發現測資有誤等情形，仍有可能在比賽中或結束後重新測試，且以重新測試後之分數作為最終分數。)
5. 本次比賽，可以用 C++11、C11、Java 等語言作答。
6. 競賽的開始、結束時間以線上評測系統為準，只有在競賽期間上傳的程式碼才會計分。(以上傳程式碼的時間為準。若在競賽期間內上傳，但評測完畢時競賽已結束，仍然會計分。)
7. 本次競賽採用「聯集給分」制。你在本次測驗的分數將是你每一題分數的總和，你一題的分數將是你所有子題拿到的分數的總和，而你在一個子題拿到的分數是在所有 submission 中分數最高的那筆。
8. 若題目內容有修正，將會發佈公告，並以線上評測系統的題目內容為主。
9. 測驗期間，選手應隨時備份資料，以防資料流失。
10. 測驗中只允許開啟撰寫程式必需的編輯器、輔助程式（限記事本、小算盤、小畫家），不得開啟無關的應用程式，也不得連結 CMS 以外的其他網站（下列的 STL 介紹不在此限），違者視同作弊，將以 0 分計算。
11. 測驗中可參考 C++ 標準模版庫 (STL) 介紹。本介紹並未包含 C++11 新增的功能。
12. 測驗期間，請勿交談或與其他選手有任何交流，違者視同作弊，將以 0 分計算。
13. 測驗期間，禁止攜帶或使用任何電子設備以及使用無線網路，違者視同作弊，將以 0 分計算。
14. 測驗期間，禁止以任何方式攻擊學校網路或評測系統，違者視同作弊，將以 0 分計算。
15. 由於線上評測系統採自動化評分，請參賽者務必看清題目敘述（包含輸入、輸出範例與測資限制），並嚴格遵守各題的輸入輸出格式。若格式錯誤，將可能被判斷為 Wrong Answer，並獲得 0 分。

祝 比賽順利。

題目名稱	時間限制	記憶體限制
爬山	500 ms	128 MB
排兵布陣	1000 ms	256 MB
排列生成器	500 ms	128 MB
戳戳樂	500 ms	128 MB
找重複	1000 ms	128 MB
松鼠的旅行	500 ms	128 MB

第一題：爬山 (Climbing)

問題敘述

喵喵喵，去爬山～

有一座正方形的山，山的邊長為 N ，若是將這座山看成一個 $N \times N$ 的方格，你就會發現一個很神奇的地方：每個方格的高度都度不一樣！

你的車停在山底（高度 1 的位置），而你想要攻頂這座山（高度 N^2 的位置）。不過因為下山的時候可能已經很晚了，所以希望你上山跟下山的時候走的是同一條路，而且下山的時候只要一直往低處走就可以回到車子旁。

請問總共有多少種走法可以讓他成功下山？由於答案可能很大，請輸出答案除以 $10^9 + 7$ 的餘數。

輸入格式

第一行給定一個正整數 N ，代表這座山的邊長。

接下來的 N 行中，每行皆有 N 個正整數 $A_{i,j}$ ，代表這座山在 (i, j) 處的高度。

輸出格式

請輸出一個整數，代表可以讓他成功下山的路線數量。由於答案可能很大，請輸出答案除以 $10^9 + 7$ 的餘數。

測資限制

- $2 \leq N \leq 777$ 。
- $1 \leq A_{i,j} \leq N^2$ ， $\forall (i_1, j_1) \neq (i_2, j_2)$ ， $A_{i_1, j_1} \neq A_{i_2, j_2}$ 。

輸入範例 1

```
3
1 3 5
4 8 6
2 9 7
```

輸出範例 1

```
4
```

輸入範例 2

```
5
1 2 9 10 25
4 3 8 11 24
5 6 7 12 23
16 15 14 13 22
17 18 19 20 21
```

輸出範例 2

```
103
```

範例解釋

在範例 1 中，有 $(1 \rightarrow 3 \rightarrow 5 \rightarrow 6 \rightarrow 7 \rightarrow 9)$ 、 $(1 \rightarrow 3 \rightarrow 5 \rightarrow 6 \rightarrow 8 \rightarrow 9)$ 、 $(1 \rightarrow 3 \rightarrow 8 \rightarrow 9)$ 、 $(1 \rightarrow 4 \rightarrow 8 \rightarrow 9)$ 共四條路可以走。

評分說明

本題共有 5 組測試題組，條件限制如下所示。每一組可有一或多筆測試資料，該組所有測試資料皆需答對才會獲得該組分數。

子任務	分數	額外輸入限制
1	10	$N = 2$ 。
2	10	$N \leq 5$ 。
3	25	$N \leq 10$ 。
4	25	$N \leq 40$ 。
5	30	無額外限制。

第二題：排兵布陣 (Matrix)

問題敘述

你在羅德島培養了一些專門拿來對付整合運動的幹員，幹員的宿舍 D 可以表示成 N 行 M 列的矩陣，其中的每一格 $D_{i,j}$ 都住了一名幹員，且每個幹員都有飽食度 a_i 和精神力 b_j 。特別的是，**每一行**中所有幹員的飽食度都是相同的，**每一列**中所有幹員的精神力也都是相同的。

俗話說：「吃飽睡飽才有力氣打仗」，但是如果一個人非常非常餓，連 san 值都掉到負數的時候，他也能發揮出意想不到的戰力喔！所以一個人的戰力值被定義為他的飽食度乘上精神力的值。例如說：住在 $D_{i,j}$ 的幹員的飽食度是 a_i ，精神力是 b_j ，他的戰力就是 $a_i \times b_j$ 。

每次偵測到整合運動的行跡時，都會派出一個隊伍來執行剿滅作戰，因為需要盡量快速的到達目的地，所以每次執行剿滅作戰的隊伍都只會從一個子矩陣中的幹員挑選；而因為宿舍建造時的特殊性，一次作戰只能從這個區間裡再挑出一個具有**最大戰力值和**的子矩陣並派這些幹員上場。

身為羅德島的博士，你必須計算出每次偵測到整合運動的行跡時，最佳的應對方案。

在接下來的 Q 天，每天會有下列事件之一發生：

1. 第 i 行的所有人的飽食度變成 val ；
2. 第 i 列的所有人的精神力變成 val ；
3. 查詢以 (x_1, y_2) 跟 (x_2, y_2) 為界的子矩陣裡可以派出的最大戰力值總和，如果區間內所有人的戰力值都是負數，請輸出 0。

輸入格式

第一行給定三個正整數 N, M, Q ，意義如題目所述。

第二行給定 N 個整數 a_i 。

第三行給定 M 個整數 b_i 。

接下來 Q 行，每行有一個操作 op ，格式如下：

- 1 $id1\ val$ ：將 a_{id1} 修改為 val ；
- 2 $id2\ val$ ：將 b_{id2} 修改為 val ；
- 3 $x_1\ y_1\ x_2\ y_2$ ：詢問以 (x_1, y_2) 跟 (x_2, y_2) 為界的子矩陣裡的最大子矩陣戰力和，選取的矩陣可以為空。

輸出格式

對每次操作 3，輸出一個整數，意義如題敘中所述。

測資限制

- $1 \leq N, M, Q \leq 10^5$ 。
- $|a_i|, |b_i|, |val| \leq 10^4$ 。
- $op \in \{1, 2, 3\}$ ，保證至少有偵測到一次整合運動（操作 3）。
- $1 \leq id1 \leq N$ 。
- $1 \leq id2 \leq M$ 。
- $1 \leq x_1 \leq x_2 \leq N$ 。
- $1 \leq y_1 \leq y_2 \leq M$ 。

輸入範例 1

```
3 3 5
1 2 3
3 2 1
3 1 1 3 3
1 2 4
3 2 1 3 2
2 3 2
3 3 3 3 3
```

輸出範例 1

```
36
35
6
```

輸入範例 2

```
4 4 7
1 -1 2 -9
3 -4 -2 0
3 1 1 4 4
1 4 -17
3 1 2 4 2
2 2 6
```

3 1 2 4 2
1 4 1
3 1 1 4 4

輸出範例 2

54
68
12
27

範例解釋

範例 1 中，由於所有人的戰力值都大於 0，每一次的戰鬥都讓整個子矩陣內的幹員一起上場一定可以達到最大戰力和。

評分說明

本題共有 5 組測試題組，條件限制如下所示。每一組可有一或多筆測試資料，該組所有測試資料皆需答對才會獲得該組分數。

子任務	分數	額外輸入限制
1	18	$N, M \leq 250, Q \leq 10$ 。
2	22	$N, M \leq 10^4, Q \leq 100$ 。
3	9	沒有操作 1 跟 2。
4	21	$a_i, b_i, val \geq 0$ 。
5	30	無額外限制。

This page is intentionally left blank.

第三題：排列生成器 (Permutation)

問題敘述

一開始有一個陣列 $A = [1, 2, 3, \dots, N - 1, N]$ ，接下來你想要將 A 序列隨機打亂 Q 次，第 i 次打亂的範圍是位置在 $[L_i, R_i]$ 的區間。請問在所有可能的最終狀態中，存不存在一種恰好就是排列 B ？

如果可能的話，請輸出最快在多少次操作之後可以做到；
不可能的話，請輸出 -1 。

輸入格式

第一行給定兩個正整數 N, Q ，代表排列 A 跟 B 的長度，以及接下來的操作次數。

第二行給定 N 個正整數 B_1, B_2, \dots, B_N ，代表最後想詢問的排列 B 。

接下來 Q 行，每行給定兩個正整數 L_i, R_i ，代表第 i 次操作打亂的區間。

輸出格式

請輸出一個整數，意義如題中所述。

測資限制

- $2 \leq N \leq 100000$ 。
- $1 \leq Q \leq 1000$ 。
- $1 \leq B_i \leq N, \forall i \neq j, B_i \neq B_j$ 。
- $1 \leq L_i < R_i \leq N$ 。

輸入範例 1

```
5 3
3 4 2 5 1
1 4
4 5
2 4
```

輸出範例 1

```
2
```

輸入範例 2

```
5 3
5 4 3 2 1
1 4
4 5
2 4
```

輸出範例 2

-1

範例解釋

範例 1 中，若第一次打亂區間 $[1, 4]$ 使排列變成 $[3, 4, 2, 1, 5]$ ，而第二次打亂區間 $[4, 5]$ 又剛好使排列變成 $[3, 4, 2, 5, 1]$ ，則有機會可以在兩次區間打亂操作之後變成排列 B 。

範例 2 中，無論怎麼打亂，都無法在這三次操作之內變成排列 B 。原因是數字 5 的位置在第一次打亂時不會被移動到，而之後的打亂操作也都不包含位置 1，所以數字 5 不可能被移到第 1 個位置。

評分說明

本題共有 4 組測試題組，條件限制如下所示。每一組可有一或多筆測試資料，該組所有測試資料皆需答對才會獲得該組分數。

子任務	分數	額外輸入限制
1	17	$N \leq 1000, Q = 1$ 。
2	25	$N \leq 1000, \forall 1 \leq i < Q, L_i \leq L_{i+1}$ 。
3	37	$N \leq 1000$ 。
4	21	無額外限制。

第四題：戳戳樂 (Poke)

問題敘述

高一時，小 B 在學習如何解著名的「八皇后問題」時，遇到了一點點困難：他知道要怎麼利用深度優先搜索 (DFS, Depth-First Search) 來遍歷每個狀態，但是他不知道要如何在給定棋盤大小跟皇后的位置之下求出這個狀態是否合法。

現在已經大一的小 B，經過三年的種種淬鍊，已經可以秒殺掉這個題目了。於是小 B 想要考考你：如果給你一個 $N \times M$ 的棋盤，棋盤的左下角是 $(1, 1)$ ，右上角是 (N, M) ，並在上面放 Q 隻皇后，請問有哪些皇后的位置是可能會被其他皇后攻擊到的？

輸入格式

第一行給定三個整數 N, M, Q ，代表棋盤的邊長，以及皇后的數量。

接下來的 Q 行中，每行給定兩個正整數 x_i, y_i ，代表第 i 個皇后的位置在 (x_i, y_i) 。

輸出格式

第一行請輸出一個整數 ans ，代表會被其他皇后攻擊到的皇后有幾個，如果所有皇后都不在彼此的攻擊範圍，請輸出 -1 。

如果會有皇后被攻擊到，在接下來的 ans 行，第 i 行請輸出兩個正整數 x_i, y_i ，代表位置在 (x_i, y_i) 的皇后在其他皇后的攻擊範圍。

輸出的皇后位置請先按照 x 座標由小到大排序，若 x 座標相同再按照 y 座標由小到大排序。

測資限制

- $1 \leq N, M \leq 10^9$ 。
- $1 \leq Q \leq \min(N, M, 10^5)$ 。
- $1 \leq x_i \leq N$ 。
- $1 \leq y_i \leq M$ 。
- $\forall i \neq j, (x_i, y_i) \neq (x_j, y_j)$ 。

輸入範例 1

```
5 4 3
1 1
```

2 2
3 4

輸出範例 1

2
1 1
2 2

輸入範例 2

1000 1000 7
45 66
381 270
13 999
1 690
978 999
271 420
505 229

輸出範例 2

5
1 690
13 999
45 66
271 420
978 999

輸入範例 3

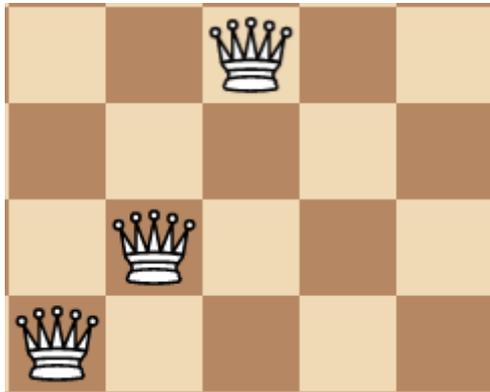
1 1 1
1 1

輸出範例 3

-1

範例解釋

範例 1 中，棋盤長相如下：



其中，位在 (1,1) 跟 (2,2) 的皇后可以直接攻擊到彼此。

評分說明

本題共有 6 組測試題組，條件限制如下所示。每一組可有一或多筆測試資料，該組所有測試資料皆需答對才會獲得該組分數。

子任務	分數	額外輸入限制
1	3	$N, M \leq 5$ 。
2	6	$N, M \leq 20$ 。
3	12	$N, M \leq 100$ 。
4	24	$N, M \leq 1000$ 。
5	40	$N, M \leq 10^5$ 。
6	15	無額外限制。

This page is intentionally left blank.

第五題：找重複 (Repeat)

問題敘述

有一個序列 A 是這樣構造的：

1. 一開始，序列 A 是空的。
2. 在 $[1, C_{MAX}]$ 之間隨機選一個正整數 x 。其中， C_{MAX} 是一個事先決定好的常數。
3. 如果 x 沒有在序列 A 裡面出現過，就把 x 加入 A 的尾端。
4. 如果序列 A 的大小不到 K ，就重複執行步驟 2 ~ 4。其中， K 是一個事先決定好的常數，且 $K \leq C_{MAX}$ 。
5. 隨機選一個在序列 A 裡面的正整數，並把他加入序列 A 的尾端。
6. 把序列 A 隨機打亂，並輸出前 N 個數字。其中， N 也是一個事先決定好的常數，且 $N \leq K + 1$ 。

請找出所有有出現在 A 裡面，且出現次數恰為偶數的所有數字，並將他們排序後輸出；
如果找不到這種數字，請輸出 -1 。

有 T 筆測資。

輸入格式

每行為一筆測資，會有一些正整數 $A_1 \sim A_N$ ，彼此間都以一個空白隔開，且每行的開頭和結尾沒有多餘空白。

輸入以單獨一行的 0 作為結尾。

輸出格式

對每筆測資請輸出一些整數，意義如題中所述。

測資限制

- $1 \leq T \leq 20$ 。
- $1 \leq N \leq 50000$ 。
- $N - 1 \leq K \leq \min(C_{MAX}, \lfloor \frac{3N}{2} \rfloor)$ 。
- $N - 1 \leq C_{MAX} \leq 10^9$ 。

輸入範例 1

```
5 7 1 33 65 4 47 4
22 6 8 55 85 101 7
1 2 3 4 5 6 7 1 8 9 10
3 3 5 7 9 1 6 2 1000000000
1000000000
0
```

輸出範例 1

```
4
-1
1
3
-1
```

輸入範例 2

```
5 3 1 2 4 2
1 1
2 4 1 1 3
2 5 4 5 3 1
0
```

輸出範例 2

```
2
1
1
5
```

範例解釋

範例 1 共包含 5 筆測資。其中，在第 1、3、4 筆測資中，都各有一個出現恰好兩次的數字。在第 2、5 筆測資中，所有數字皆相異，所以輸出 -1。

評分說明

本題共有 3 組測試題組，條件限制如下所示。每一組可有一或多筆測試資料，該組所有測試資料皆需答對才會獲得該組分數。

子任務	分數	額外輸入限制
1	40	$N \leq 500$ 。
2	30	$N \geq 2$ ， $C_{MAX} = K = N - 1$ 。
3	30	無額外限制。

This page is intentionally left blank.

第六題：松鼠的旅行 (Travel)

問題敘述

小 N 是一位生態學家，他最近癡迷於世界之樹 *Yggdrasill*，並執著於研究松鼠與樹洞之間的關係。

他發現任兩個樹洞之間**至多**只有一條邊連接著，而且因為樹洞太多了，彼此之間的路徑就變得很窄，無法同時容納兩隻松鼠並排通過。為了避免衝突，所有的邊都被限制只能從其中一個方向走，也就是所有邊都是**單向**的。

小 N 整理了近幾年對 *Yggdrasill* 的一些觀察，每一個觀察都形如「編號 i 的松鼠從編號 a_i 的樹洞爬進去，最後從編號 b_i 的樹洞出來」。小 N 想知道在這棵樹上**最少**有幾條連接著樹洞之間的邊。雖然小 N 是程式大師，處理這種問題對他來說連一灰秒 ($zs, 10^{-21}s$) 都用不上，但是他實在太忙了，所以他就把這個問題交給即將參加區域賽的你，希望這個問題對你來說是小事一樁？

本題有部分給分，詳細給分方法請閱讀「評分說明」欄位。

輸入格式

第一行給定一個正整數 M ，代表在 *Yggdrasill* 上觀察到的松鼠出沒事件。

接下來的 M 行中，每行皆有兩個正整數 a_i, b_i ，代表在觀察紀錄中，有松鼠從編號 a_i 的樹洞移動到編號 b_i 的樹洞。

輸出格式

第一行輸出一個整數 K ，代表在 *Yggdrasill* 上最少有 K 條連接樹洞們的有向邊。

接下來 K 行，每行輸出兩個正整數 u_i, v_i ，代表有一條邊從編號 u_i 的樹洞連向編號 v_i 的樹洞。

你輸出的邊 u_i, v_i 需要符合 $1 \leq u_i, v_i \leq 10^4$ ，且對所有 $i \neq j$ 都應該有 $(u_i, v_i) \neq (v_j, u_j)$ 。不然你可能會得到 Wrong Answer。

注意：就算無法構出一組合法的邊集合也要隨意輸出 K 條符合 $1 \leq u_i, v_i \leq 10^4$ 的邊，不然可能會得到意料之外的結果。

測資限制

- $1 \leq M \leq 4 \times 10^4$ 。
- $1 \leq a_i, b_i \leq 10^4$ 。

輸入範例 1

```
8
1 3
1 7
2 7
4 4
3 7
1 6
1 7
1 1
```

輸出範例 1

```
4
1 3
3 7
2 7
1 6
```

輸入範例 2

```
4
1 2
2 1
3 1
1 3
```

輸出範例 2

```
3
1 2
2 3
3 1
```

範例解釋

範例 2 中，你需要構造出一組邊集合使所有 4 個條件都符合。經過觀察，把這三個點接成環會使邊集合大小最小，而顯然不會有只使用兩條邊的解。

評分說明

本題共有 6 組測試題組，條件限制如下所示。每一組可有一或多筆測試資料，該組所有測試資料皆需答對才會獲得該組分數。

子任務	分數	額外輸入限制
1	4	$\forall i, j, a_i \neq b_j$ 。
2	6	$a_i < b_i$ 。
3	12	$1 \leq a_i, b_i \leq 6, M \leq 10$ 。
4	16	$1 \leq a_i, b_i \leq 800, M \leq 1000$ 。
5	54	所有觀察中不會同時存在 (u, v) 跟 (v, u) 。
6	8	無額外限制。

如果你輸出的答案是正確的，可以拿到 35% 的分數；

如果你構出的邊集合是合法的，可以再拿到 65% 的分數。

This page is intentionally left blank.