

連號或不連號

執行時間：0.5 秒

問題描述

生物學家發現，與特定功能相關的一群基因在基因序列上的位置通常十分靠近，因此在不同的基因序列中如果都看見相同基因構成的連續片段（順序不重要），這些基因構成的集合就被認為是有意義的，稱為基因群 (gene cluster)。例如：如果在一條基因序列上看到一個片段內容為 (a, b, c, d)，同時在另外一條基因序列上看到一個片段內容為 (d, b, a, c)，那麼 {a, b, c, d} 就構成一組基因群。

找出基因群並不是一件容易的工作，有一個計算生物學家想到一個聰明的方法來簡化這個問題。經過他的簡化後，基因群辨識的主要工作會被轉換成：輸入一個由相異正整數組成的序列 S ，然後判斷 S 的內容是否構成連續的一串整數。例如： $S=(2, 5, 3, 4)$ 的內容構成連續的一串整數 2, 3, 4, 5；但是 $S=(2, 6, 3, 4)$ 的內容並不構成連續的一串整數 (缺了 5)。

給定一個數字所構成的序列，請撰寫一個程式來判斷這個序列中的數字是否構成連續的一串整數。

輸入格式

測試資料是由一行的數字所構成 (數字間以一個以上的空白隔開)，第一個數字 n 表示所給定數字序列的長度， $1 < n \leq 100$ ，接下來會有 n 個相異的正整數 m_i ， $1 \leq i \leq n$ 且 $1 \leq m_i \leq 1000$ ，表示數字序列的內容。

輸出格式

輸出一行，如果此序列中的數字構成連續的一串整數，請輸出： $a b$ yes；不行則輸出： $a b$ no，其中 a 和 b 分別代表序列中所有數字的最小值與最大值。 a 和 b 之間以及 b 和 yes/no 之間，請以剛好一個空白隔開。(yes/no 請用小寫)

評分說明

本題共有三個子題，每一子題可有多筆測試資料：

第一子題， $n=2$ ，解出可以獲得 21 分；

第二子題， $2 \leq n \leq 3$ ，解出可以獲得 33 分；

第三子題， $2 \leq n \leq 100$ ，解出可以獲得 46 分。

第一子題 輸入範例 1 2 6 5	第一子題 輸出範例 1 5 6 yes
第一子題 輸入範例 2 2 5 7	第一子題 輸出範例 2 5 7 no

第二子題 輸入範例 1 3 9 8 7	第二子題 輸出範例 1 7 9 yes
第二子題 輸入範例 2 3 10 9 7	第二子題 輸出範例 2 7 10 no
第三子題 輸入範例 1 5 2 3 4 5 6	第三子題 輸出範例 1 2 6 yes
第三子題 輸入範例 2 5 2 3 4 5 7	第三子題 輸出範例 2 2 7 no

自戀數

執行時間：0.5 秒

問題描述

一個 d 位數整數 $N = n_1n_2n_3 \dots n_d$, $n_i \in \{1,2,3,4,5,6,7,8,9,0\}$ 被稱為自戀數 (narcissistic number) 若 $N = n_1^d + n_2^d + n_3^d + \dots + n_d^d$ 。例如 3 位數整數 153 是自戀數因為 $153=1^3+5^3+3^3$ ，而 4 位數整數 1321 不是自戀數因為 $1^4+3^4+2^4+1^4=99$ 非 1321。

非十進位制數字也會有自戀數，例如 3 進位制數字 $(122)_3=17$ 且 $1^3+2^3+2^3=17$ ，或 5 進位制數字 $(3134)_5=419$ 且 $3^4+1^4+3^4+4^4=419$ 。

請寫一個程式判斷一整數是否為自戀數。

輸入格式

第一列有兩個非負整數 b 與 N ，代表 N 為 b 進位制整數。

輸出格式

若輸出之整數為自戀數，輸出 YES，若否則輸出 NO。

評分說明

本題共有二個子題，每一子題可有多筆測試資料：

第一子題的測試資料 $b = 10$ ， N 最大為 8 位數整數，全部解出可獲 83 分；

第二子題的測試資料 $2 \leq b \leq 10$ ， N 最大為 8 位數整數，全部解出可獲 17 分。

輸入範例 1 10 153	輸出範例 1 YES
輸入範例 2 10 1321	輸出範例 2 NO
輸入範例 3 3 122	輸出範例 3 YES
輸入範例 4 5 3134	輸出範例 4 YES

軍隊部署

執行時間：0.5 秒

問題描述

亞歷山大將軍準備派遣一支精銳部隊前往攻打鄰國，他麾下有三個種族 – 「人類」、「骷髏族」和「哥布林族」；每個種族各有不同兵種，例如人類有騎士、法師、弓箭手，而哥布林族有勇士、投矛手、吹箭手等等。

為了平衡部隊的組成份子，亞歷山大會從三個種族各選擇一個兵種。此外，他還會考慮這個部隊是否能涵蓋「對空攻擊」、「範圍攻擊」和「遠距攻擊」三種特性。舉例來說，亞歷山大將軍麾下的三個種族各有三個兵種如下：

兵種	種族	對空攻擊	範圍攻擊	遠距攻擊
騎士	人類	否	否	否
法師	人類	是	是	是
弓箭手	人類	是	否	是
炸彈兵	骷髏族	否	是	是
骷髏兵團	骷髏族	否	否	否
炸彈塔	骷髏族	否	是	是
勇士	哥布林	否	否	否
投矛手	哥布林	是	否	是
吹箭手	哥布林	否	是	是

亞歷山大可以選擇法師、骷髏兵團和勇士這個組合，因為這個組合涵蓋了三個種族和三個特性；但他不能選擇弓箭手、骷髏兵團和投矛手這個組合，因為這個組合未能涵蓋「範圍攻擊」這個特性；他也不能選擇弓箭手、炸彈兵和炸彈塔這個組合，因為這個組合未能涵蓋「哥布林」這個種族。

亞歷山大為這個問題想了很多天，國王感到很不解，這麼簡單的事情怎麼想那麼久。亞歷山大為了向國王解釋，他想要告訴國王總共有多少種可能的組合，請你幫幫他。

輸入格式

第一列為一個正整數 N ($1 \leq N \leq 10000$)，代表亞歷山大麾下有多少種兵種。接下來的 N 列，每一列有四個正整數 c_i ($c_i \in \{1, 2, 3\}$)、 a_i 、 r_i 和 d_i ($a_i, r_i, d_i \in \{0, 1\}$)，彼此間以一個空白隔開，分別代表種族、對空攻擊、範圍攻擊和遠距攻擊。 a_i 、 r_i 和 d_i 的值若為 1，代表具有該特性；否則，不具有該特性。

輸出格式

輸出共有多少個兵種組合可以涵蓋三個種族和三個特性。

評分說明

本題共有二個子題，每一子題可有多筆測試資料：

第一子題的測試資料 $N \leq 100$ ，全部解出可獲 23 分；

第二子題的測試資料 $N \leq 10000$ ，全部解出可獲 77 分。

輸入範例 1 3 3 1 0 0 1 0 0 1 2 0 1 0	輸出範例 1 1
輸入範例 2 9 1 0 0 0 1 1 1 1 2 0 1 1 1 1 0 1 2 0 0 0 3 0 0 0 3 1 0 1 3 0 1 1 2 0 1 1	輸出範例 2 18

警力配置

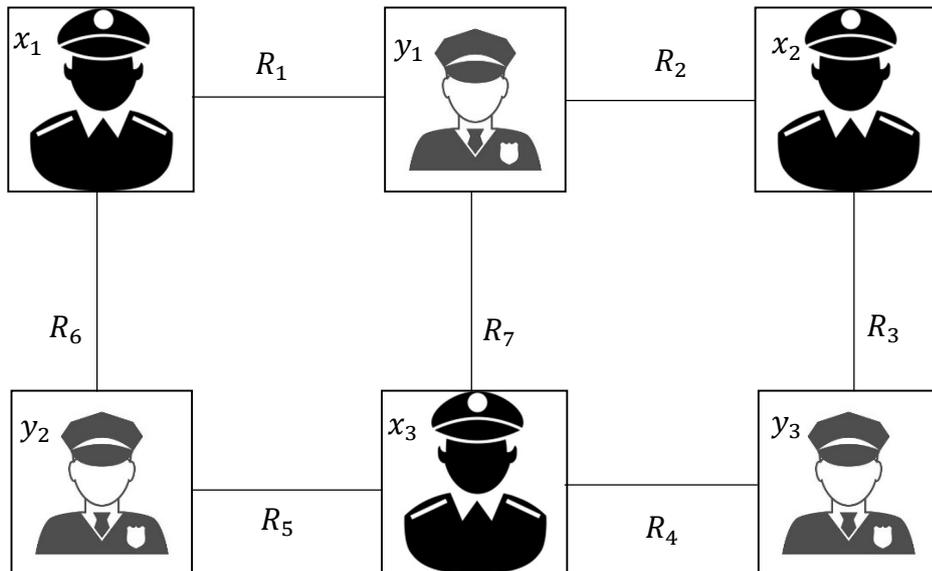
時間限制：4 秒

問題描述

某警察局將負責巡邏 A 城市的 k 個區域 R_1, R_2, \dots, R_k 。局長下令將員警分成兩組：X 組有 p 位員警(以 x_1, x_2, \dots, x_p 表示)而 Y 組有 q 位員警(以 y_1, y_2, \dots, y_q 表示)。每個區域會有兩個員警負責巡邏，而且每個員警至少要巡邏一個區域。X 組有 p 位員警和 Y 組有 q 位員警可構成警力配置圖：此圖有 $p + q$ 個節點(vertices)和 k 個邊(edges)，其中 $p + q$ 個節點對應 $p + q$ 位員警，而每條配置圖的邊 $R_i = (x_j, y_l)$ 則表示員警 x_j 和 y_l 負責巡邏區域 R_i 。

為了有效管理及節省開支，局長希望從 $p + q$ 位員警中選出若干位組長來達成一項特別任務，這項任務需要滿足一個條件：對負責巡邏任一個區域的兩位員警而言，至少要有一位組長。給定 X 組有 p 位員警、Y 組有 q 位員警、 k 個區域及每個區域負責巡邏的兩位員警，請寫一支程式幫局長計算最少需幾位組長來達成上述任務。

範例說明：假設 X 組有 3 位員警 x_1, x_2, x_3 ，Y 組有 3 位員警 y_1, y_2, y_3 來巡邏 7 個區域 R_1, R_2, \dots, R_7 ，其中 $R_1 = (x_1, y_1), R_2 = (x_2, y_1), R_3 = (x_2, y_3), R_4 = (x_3, y_3), R_5 = (x_3, y_2), R_6 = (x_1, y_2), R_7 = (x_3, y_1)$ (如圖一)，則局長可選 y_1, y_2, y_3 來擔任組長(注意選法不是唯一)，且只選兩個組長將無法達成任務，故此範例的解答為 3。



圖一、警力配置圖

輸入格式

第一行有 1 個不大於 10 的數字代表此子題測資的數目。接下來每組測資的第一行有 3 個數字，代表 p 值、 q 值與 k 值，任兩個數字以空白隔開。第二行起接下來 k 行代表 k 個區域，每個區域對應 2 個數字(任兩個數字以空白隔開)：第一個數字代表 X 組的員警編號；第二個數字代表 Y 組的員警編號。

輸出格式

針對所輸入的資料，輸出能滿足任務的最小的組長個數。

評分說明

本題共有五個子題，每一子題可有多筆測試資料：

第一子題的測試資料 $1 \leq p+q \leq 20$ 、 $1 \leq k \leq 100$ ，全部解出可獲 15 分。

第二子題的測試資料警力配置圖為一條路徑(path)， $1 \leq p \leq 1500$ 、 $1 \leq q \leq 1500$ 、 $1 \leq k \leq p+q-1$ ，全部解出可獲 19 分。

第三子題的測試資料警力配置圖為連結圖(connected)且不存在環路(cycle)。圖形為連結圖代表此圖的任意兩個不同的節點皆存在一條路徑；而環路表示起點和終點為同一節點的路徑。 $1 \leq p \leq 100000$ 、 $1 \leq q \leq 100000$ 、 $1 \leq k \leq 210000$ 。全部解出可獲 27 分。

第四子題的測試資料 $1 \leq p \leq 500$ 、 $1 \leq q \leq 500$ 、 $1 \leq k \leq 5000$ ，全部解出可獲 29 分。

第五子題的測試資料 $1 \leq p \leq 1500$ 、 $1 \leq q \leq 1500$ 、 $1 \leq k \leq 230000$ ，全部解出可獲 10 分。

輸入範例 1 1 3 4 5 1 2 1 3 2 1 2 3 3 4	輸出範例 1 3
輸入範例 2 1 2 2 3 1 1 2 2 1 2	輸出範例 2 2
輸入範例 3 1 5 4 8 1 1 1 4 2 1 3 2 3 4 4 4 5 1 5 3	輸出範例 3 4

馬拉松

執行時間：4 秒

問題描述

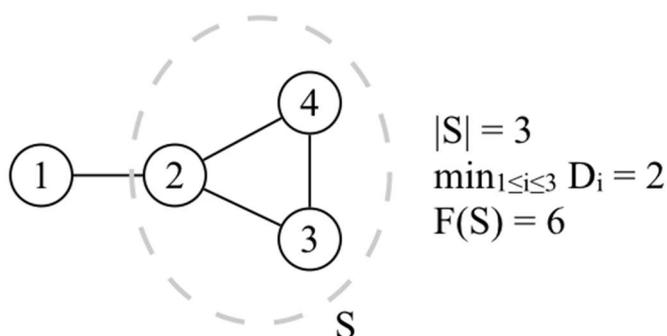
金氏運動公司打算舉辦一場馬拉松比賽，為了締造亮眼的完成比賽時間，金氏運動公司打算選擇性地邀請選手參賽。分析過往的數據資料，金氏運動公司觀察到以下二個現象：

- (a) 對於任何一位選手，如果愈多他的朋友參賽，則他就能跑得愈快，所以傾向於找一群選手使得彼此互相認識的情況很多。因為認識是雙向的，如果 P 認識 Q，則 Q 認識 P。所以當我們說 P 認識 Q 時，等同於表示 P、Q 兩位互相認識。
- (b) 如果參賽的選手當中，存在兩位選手 P 和 Q 彼此不認識，而且在參賽的選手當中無法找到 t 位選手 S_1, \dots, S_t (t 為任意大於 0 的整數)，使得 P 認識 S_1 ， S_1 認識 S_2 ， \dots ， S_{t-1} 認識 S_t ， S_t 認識 Q，則比賽將會有嚴重的惡性競爭，所以需要避免這樣的狀況。

現在金氏運動公司手上有一份 N 位選手的名單以及一份顯示這 N 位選手彼此之間是否認識的表單，現在的任務是從這 N 位選手找出選手的子集合 $S = \{P_1, P_2, \dots, P_{|S|}\}$ ，使得 S 沒有惡性競爭的狀況，而且讓以下影響因子 $F(S)$ 得到最大化，這影響因子的設計除了讓每位選手都認識夠多的參賽者，也兼顧了不讓參賽人數過少。

$$F(S) = |S| \min_{1 \leq i \leq |S|} D_i,$$

其中 D_i 表示選手 P_i 所認識的人當中，有多少人在子集合 S 裡面。在以下這個 4 位選手的例子中，選 $S = \{2, 3, 4\}$ 比其他的選法有更高的 $F(S)$ 。



輸入格式

每一組測試資料有兩列，其中第一列有兩個正整數 N 和 M ($1 \leq M \leq N*(N-1)/2$)，第二列有 M 對正整數 $X_1 Y_1 X_2 Y_2 \dots X_M Y_M$ ，代表選手 X_i 認識選手 Y_i ($1 \leq i \leq M$ 且 $1 \leq X_i < Y_i \leq N$)。

輸出格式

對於每組測試資料，輸出最大的 $F(S)$ 。 $F(S)$ 這數字需獨自佔一列。

評分說明

本題共有三個子題，每一子題可有多筆測試資料：

第一子題的測試資料中 $N \leq 100$ ，全部解出可獲 19 分；

第二子題的測試資料中 $N \leq 500$ ，全部解出可獲 38 分；

第三子題的測試資料中 $N \leq 5000$ ，全部解出可獲 43 分。

輸入範例 1 4 5 1 2 2 3 3 4 4 1 2 4	輸出範例 1 8
輸入範例 2 4 4 1 2 2 3 3 4 2 4	輸出範例 2 6
輸入範例 3 6 6 1 3 1 2 2 3 4 5 5 6 4 6	輸出範例 3 6

AI-666 賺多少

執行時間：0.666 秒

問題描述

商品價格經常是起起伏伏，例如石油的價格幾乎時時都有變動，有時上漲，有時下跌。商品交易商在低價時買進高價賣出就可以利用其中的價差獲取利益。2066 年 6 月 6 日 Automatic Investment 公司以複雜的人工智慧技術開發一套商品價格的預測系統，此系統命名為 AI-666，但發展了這麼多複雜的運算技術後，他們現在剩下一個小問題：假設 AI-666 的價格預測是準確的，那麼最多可以在這一段期間賺到多少錢。公司的研發經理希望以這個問題來考驗你，看看你是否有資格加入該公司的研發團隊。

商品交易的規則是這樣的：

- 只能先買後賣，不可以先賣後買。
- 每次買與賣都限定是一個單位的商品。同時，在買入之後，賣出之前，不可以再買入。
- 由於法令的規定，在此期間內最多只能進行 K 次的交易(一次交易包含買賣各一次)。

輸入的資料是 AI-666 系統所預測 N 個時間點的商品價格以及一個正整數 K ，請計算不超過 K 次交易的條件下最大可能獲得的利益。

舉例來說，以下資料是 11 個時間點的價格：

時間點	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
價格	100	90	185	120	80	150	140	180	110	150	50

如果 $K=1$ ，最大的獲利方式是 80 買進，180 賣出，可以獲利 100。如果 $K=2$ ，最大獲利方式是 90 買進，185 賣出，然後 80 再買進，180 賣出，總共可以獲利 $95+100=195$ 。如果 $K=5$ ，雖然可以交易五次，但交易四次就可以達到最大獲利 $(185-90)+(150-80)+(180-140)+(150-110)=245$ 。

輸入格式

每筆測資共有二行。第一行為兩個正整數 N 與 K ，分別代表時間點數與交易次數上限，其中 $N>1$ 。第二行有 N 個以空白間隔的正整數，依序是各時間點的價格。每一價格均為不超過 10,000,000 的正整數，每筆測資的最大可能獲利不超過 1,500,000,000。

輸出格式

以單獨一行輸出不超過 K 次交易的最大可能獲利，若無法獲利則應輸出 0。

評分說明

本題共有四個子題，每一子題可有多筆測試資料，全部解出可獲該子題的分數。

第一子題 (13 分)： $N \leq 1,000$ 、 $K=1$ 。

第二子題 (24 分) : $N \leq 50,000$ 、 $K \leq 100$ 。

第三子題 (45 分) : $N \leq 200,000$ 、 $K \leq N$ 。

第四子題 (18 分) : $N \leq 2,000,000$ 、 $K \leq N$ 。

輸入範例 1 11 1 100 90 185 120 80 150 140 180 110 150 50	輸出範例 1 100
輸入範例 2 11 2 100 90 185 120 80 150 140 180 110 150 50	輸出範例 2 195
輸入範例 3 11 5 100 90 185 120 80 150 140 180 110 150 50	輸出範例 3 245
輸入範例 4 3 1 100 100 85	輸出範例 4 0

片段刪除

執行時間：2 秒

問題描述

輸入兩個字串，請運用片段刪除的方式，讓這兩個字串變成一樣，規則如下。每次可從輸入的字串中選取一個長度不超過 L 的連續片段刪除，請問能否在 K 次內，完成這項任務。若是可以，請輸出最少刪除的次數，否則輸出 Impossible。

例如 $L=3$ 、 $K=2$ ，輸入的兩個字串分別為 `abcdcbaa` 與 `aaa`，則 `abcdcb` `baa` → `abbaa` → `aaa`，其中灰色區塊是欲刪除的字串，所以 2 次內可以完成任務，且 2 是最少的操作次數。又如輸入的字串為 `abaaabe` 與 `accaa`， $L=2$ 、 $K=3$ ，則 `baa` `abe` → `aaa` `be` → `aaaae`，且 `accaa` → `aaaae`，因此 3 次內可以完成任務。

輸入格式

每筆測資共有 3 列，第 1 列為第 1 個輸入字串，第 2 列為第 2 個輸入字串，輸入字串皆由小寫英文字母組成；第 3 列共有兩個正整數，分別為 L 與 K ，兩者均可存入 32 位元整數。

輸出格式

針對每筆測資，輸出滿足題意之最少刪除次數，或是 Impossible。

評分說明

本題共有 3 個子題，每一子題有多筆測資：

第 1 子題有 5 筆測資，兩個輸入字串中僅有字母 a，長度均小於 130，全解出可得 11 分；

第 2 子題有 5 筆測資，兩個輸入字串長度均小於 100，且 $L=1$ ，全解出可得 22 分；

第 3 子題有 7 筆測資，兩個輸入字串長度均小於 10000 個字元； $L \leq 100$ 且 $K \leq 10$ 。全解出可得 67 分。

輸入範例 1 aaaaa aaaaaaa 1 2	輸出範例 1 2
輸入範例 2 ababababab bababababa 2 2	輸出範例 2 2
輸入範例 3 aaaaaaaaaaaa bbbbbbbbbbbbbb 2 2	輸出範例 3 Impossible

黃金柵欄

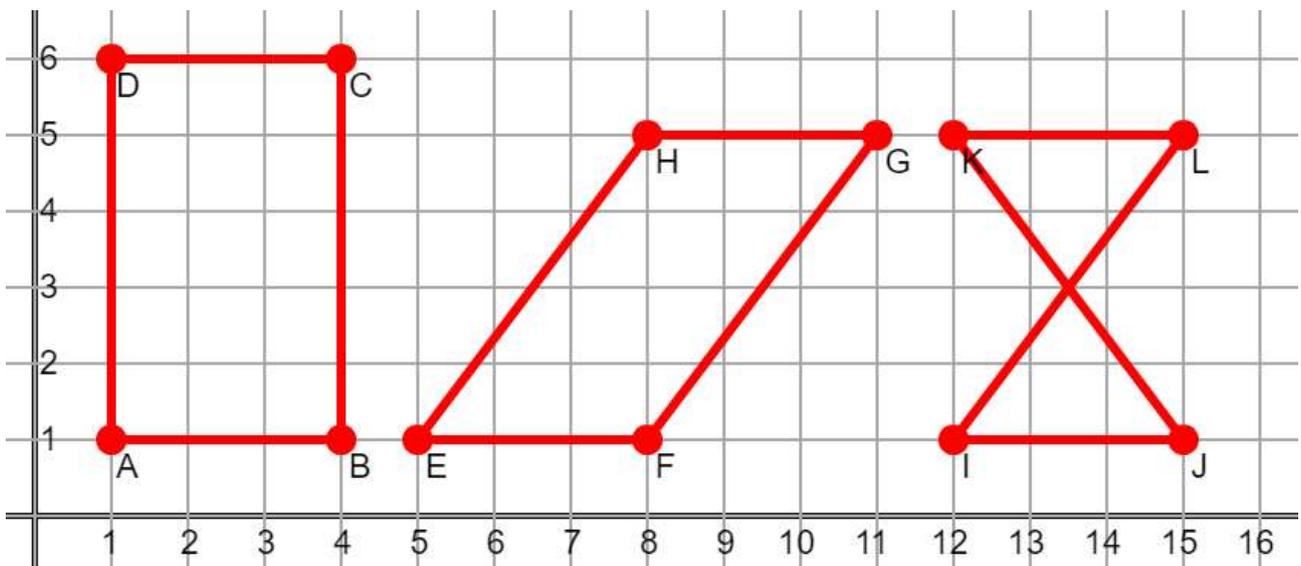
執行時間：5 秒

問題描述

蘭德代表草原王國贏得了該國史上第一面資訊奧林匹亞競賽的金牌。國王非常開心，給了蘭德 n 個黃金柵欄，編號自 1 至 n ，長度分別為 a_1, a_2, \dots, a_n 公尺，並對蘭德說：「孩子，在我國的大草原上，你得使用這些柵欄中的 k 個，只要你依照我的規定，圍出你想要的土地，我就賞給你。」國王的規定有下列幾條：

1. 需要在土地上打下 k 個木樁來固定柵欄。每個黃金柵欄的兩個端點各自需要一個木樁固定，而每個木樁也只能用在固定兩個黃金柵欄。
2. 黃金柵欄必須拉直使用，不可彎曲。但固定在兩根木樁之間時，允許 0.1 公厘 (0.0001 公尺) 以內的誤差，此時柵欄有效的長度，視為兩木樁之間的直線距離。
3. 黃金柵欄與木樁必須要圍出恰好一個封閉的區域。

蘭德馬上發覺要滿足前述條件，需要用長度分別為 a_1, a_2, \dots, a_n 公尺的線段，選出 k 個，做成一個 k 邊形來圍土地。而且土地的圍法不只一種，面積可能不同。如果國王賞給蘭德 $n=4$ 個黃金柵欄，長度分別是 $a_1=3, a_2=5, a_3=3, a_4=5$ 公尺長，並允許蘭德使用 $k=4$ 個時，則如下圖中 4 個木樁打在 $A=(1,1)$ 、 $B=(4,1)$ 、 $C=(4,6)$ 、 $D=(1,6)$ ，並將柵欄依序放置在 AB 、 BC 、 CD 、 DA 如此就能圍出一塊面積為 15 平方公尺的土地。如 4 個木樁打在 $E=(5,1)$ 、 $F=(8,1)$ 、 $G=(11,5)$ 、 $H=(8,5)$ ，並將柵欄依序放置在 EF 、 FG 、 GH 、 HE 如此就能圍出一塊面積為 12 平方公尺的土地。並且不是所有的 k 邊形都是合乎規定的，如 4 個木樁打在 $I=(12,1)$ 、 $J=(15,1)$ 、 $K=(12,5)$ 、 $L=(15,5)$ ，並將柵欄依序放置在 IJ 、 JK 、 KL 、 LI ，如此會圍出兩個封閉區域，面積總和為 6，但這違反了國王的第三條規定。



你也想要參加資訊奧林匹亞拿金牌，因此想跟金牌選手蘭德一決勝負，來比誰圍的面積大。假設蘭德總是能夠圍出極接近最大的土地面積，你的程式如果能夠圍出跟蘭德一樣大或是更大的面積，則可以獲得百分之百的分數，而當你圍出的面積只有蘭德的百分之 x 時，你只能獲得億分之 x^4 的分數。即以前段範例中，蘭德圍出 ABCD，你圍出 EFGH，則可以獲得滿分的 $12^4/15^4=20736/50625=0.4096$ 倍的分數。如果你不遵守國王規則或按照指定格式輸出答案，則會得到 0 分。

輸入格式

第一行有兩個正整數 n, k ($3 \leq n \leq 20, 3 \leq k \leq \min(n, 10)$)，第二行有 n 個數字 a_1, a_2, \dots, a_n 代表 n 個黃金柵欄的長度(以公尺計)，最短不少於 0.5，最長不超過 500 公尺，以科學記號表示時，有效位數至多五位。你可以假定這組輸入必至少有一法可以圍出合乎國王規則的 k 邊形土地，且木樁的 x 座標與 y 座標均介於 -20000 至 20000 之間。

輸出格式

前 k 行請依照順時針方向依序輸出木樁座標 $(x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_k, y_k)$ 最後一行則輸出 k 個數字 b_1, b_2, \dots, b_k ，分別代表固定在 (x_1, y_1) 與 (x_2, y_2) 、 (x_2, y_2) 與 (x_3, y_3) 、 \dots 、 (x_{k-1}, y_{k-1}) 與 (x_k, y_k) 、 (x_k, y_k) 與 (x_1, y_1) 之間的黃金柵欄編號。請注意下列事項：

1. 同行數字之間以一個空白隔開。
2. 木樁的 x 座標與 y 座標必須介於 -20000 至 20000 之間。
3. 如有同樣長度的柵欄，可以任選一個使用，但同一柵欄不得使用兩次以上。

評分說明

本題共有五組測試題組，條件限制如下所示。每一組均有多筆測試資料，每一筆滿分 2 分，最終成績四捨五入至小數下 3 位。本題測試資料數量較多，評分時間較久，請耐心等待結果。

子任務	總分	額外輸入限制
1	6	$n = k = 3$
2	8	$n \leq 20, k = 3$
3	16	$n = k = 4$
4	20	$n \leq 13, k \leq \min(6, n)$
5	50	$n \leq 20, \min(7, n) \leq k \leq \min(10, n)$

輸入範例 1	輸出範例 1
3 3	0 0
1 1.4142 1	1 1
	1 0
	2 1 3

輸入範例 2 4 3 1 1.4142 1.7321 1	輸出範例 2 0 0 1 1.414213562 1 0 3 2 4
輸入範例 3 4 4 3 5 3 5	輸出範例 3 1 6 4 6 4 1 1 1 1 2 3 4
輸入範例 4 6 6 1 1 1 1 1 1	輸出範例 4 0 1 0.8660254037844386 0.5 0.8660254037844386 -0.5 0 -1 -0.8660254037844386 -0.5 -0.8660254037844386 0.5 1 2 3 4 5 6

以上所有範例輸出可以獲得滿分。