A. 演化樹分析 (Agreement)

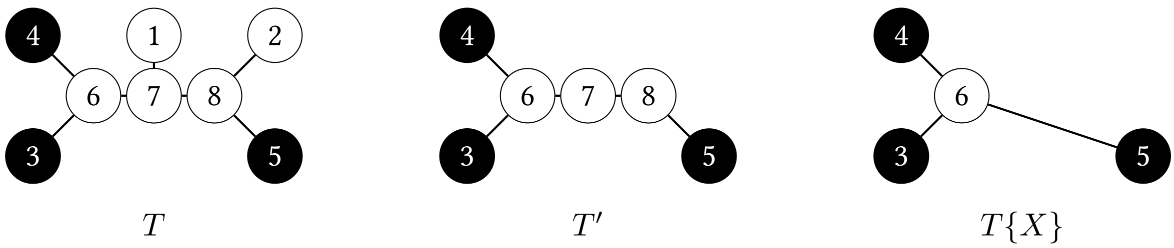
問題描述

彼得是一位生物學家。有次他在兩筆資料中分析同一群現存物種集合 $\Sigma = \{1, 2, \ldots, n\}$ 間的演化關係，卻得到了不太一樣的演化樹，想知道這兩棵演化樹的類似程度。

一棵演化樹 T 是一棵無向無根樹 (undirected, unrooted tree)，其中葉節點為現存物種 $1, 2, \ldots, n$，其他節點則為已滅絕物種。設 $v \in V(T)$，我們用 $\deg(v)$ 來表示與節點 v 相鄰的節點個數。在一棵演化樹中，每個代表已滅絕物種的節點 v 均有 $\deg(v) \geq 3$。對於一個現存物種的子集合 $X \subseteq \Sigma$，我們用 $T\{X\}$ 來代表 X 中的現存物種在 T 上的演化關係所形成的「演化子樹」，建構方式如下：

1. 對所有 X 中的任兩點，標記其在 T 上的簡單路徑，並將所有不在 X 且未被標記的點刪除以得到 T'。
2. 從 T' 中不斷刪除滿足 $\deg(v) = 2$ 的非葉節點 v 以得到 $T\{X\}$：將與 v 連結的兩條邊合併成一條，並移除 v。

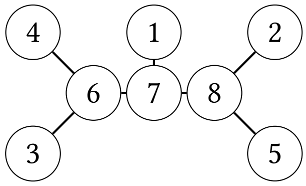
以下圖的演化樹 T 為例。T 裡的現存物種集合為 $\Sigma = \{1, 2, 3, 4, 5\}$，若取 $X = \{3, 4, 5\}$，則經步驟 1 後會得到 T'，再經過步驟 2 後會得到 $T\{X\}$。注意當 $X = \emptyset$ 時，根據定義我們有 $T\{X\} = \emptyset$。



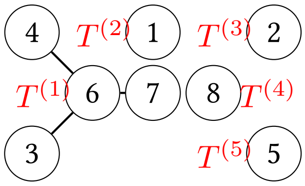
從一棵演化樹 T 中移除大小為 $k \geq 0$ 的任意邊集合 K, 可以得到 $k+1$ 棵子樹 $T^{(1)}, T^{(2)}, \ldots, T^{(k+1)}$，其中每棵子樹 $T^{(i)}$ 上的物種在 T 中的演化關係都會構成一棵**演化子樹**，我們稱它們為從 T 中移除 K 所導出的**演化森林**。注意我們有

1. T 自身為移除 $\emptyset$ 後導出的演化森林。
2. 若一棵子樹 $T^{(i)}$ 上沒有任何現存物種，對應的演化子樹為空。

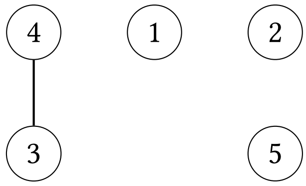
以上圖中的 T 為例，移除 $K = \{(1,7), (7,8), (2,8), (5,8)\}$ 四條邊可以得到五棵子樹 $T^{(1)}, T^{(2)}, \ldots, T^{(5)}$，接著導出演化森林：



移除 K 前



移除 K 後



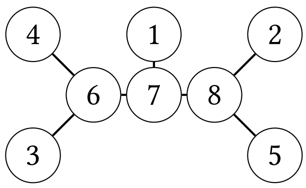
導出的演化森林

比較兩座現存物種相同的演化森林時，我們只關注現存物種間的關係，因此已滅絕物種（即非葉節點）的編號並不重要。設 F_1 與 F_2 為兩座現存物種相同的演化森林，若移除它們的非葉節點編號後變得完全相同，我們就稱 F_1 與 F_2 類似。更精確地說，我們稱 F_1 與 F_2 類似，若且唯若存在某個一對一函數 $\Phi : V(F_1) \to V(F_2)$，滿足

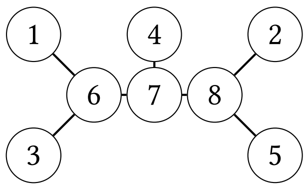
1. 對任意 $u \in \Sigma = \{1, 2, \ldots, n\}$，我們有 $\Phi(u) = u$。
2. 對任意 $u, v \in V(F_1)$，我們有

$$(u, v) \in E(F_1) \iff (\Phi(u), \Phi(v)) \in E(F_2).$$

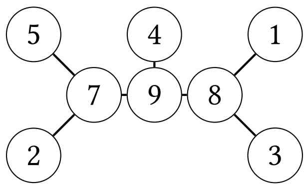
以下圖為例，如果將 T_1, T_2, T_3 的非葉節點編號都移除，會發現 T_1 與 T_2 不類似，而 T_2 與 T_3 類似。



T_1

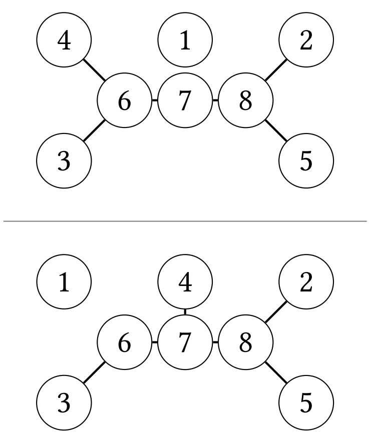


T_2

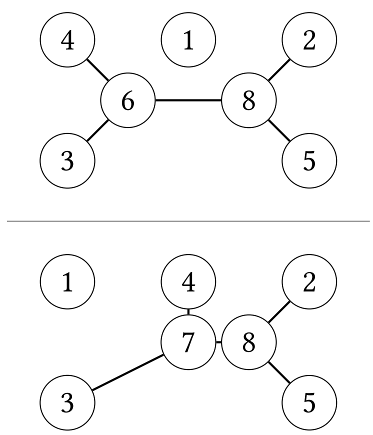


T_3

設 T_1 與 T_2 為現存物種相同的兩棵演化樹。若存在從 T_1 與 T_2 中各刪除 k 條邊的方法，使得兩者導出的演化森林類似，則稱 T_1 與 T_2 的差異不大於 k，而滿足此條件的最小整數 k^* 稱為 T_1 與 T_2 的**差異數**。如上圖中 T_2 與 T_3 的差異數為 0，而 T_1 與 T_2 的差異數為 1。



從 T_1 與 T_2 各刪除 1 條邊



導出了類似的演化森林

設從 T_1 與 T_2 中刪除的邊集合分別為 K_1 與 K_2，兩種刪除方法被視為不同若且唯若 K_1 不同或 K_2 不同。現給定兩棵物種集合均為 Σ 的演化樹 T_1, T_2 以及一個整數上限 k，彼得想知道它們的差異數 k^* 是否不大於 k；如果 $1 \le k^* \le k$，彼得也想知道有多少種從 T_1 和 T_2 中各刪除 k^* 條邊的方法，可以使它們導出類似的演化森林。

輸入格式

$$
\begin{array}{l}
n \;\; m_1 \;\; m_2 \;\; k \\
u_1 \;\; v_1 \\
u_2 \;\; v_2 \\
\vdots \\
u_{n+m_1-1} \;\; v_{n+m_1-1} \\
u'_1 \;\; v'_1 \\
u'_2 \;\; v'_2 \\
\vdots \\
u'_{n+m_2-1} \;\; v'_{n+m_2-1}
\end{array}
$$

- n 代表現存物種集合 $\Sigma = \{1, 2, \ldots, n\}$ 的大小。
- m_1 代表在 T_1 中已滅絕物種（以 $n+1, n+2, \ldots, n+m_1$ 表示）的數量。
- m_2 代表在 T_2 中已滅絕物種（以 $n+1, n+2, \ldots, n+m_2$ 表示）的數量。
- k 代表彼得設定的上限。
- u_i, v_i 代表 T_1 有一條邊從 u_i 連接到 v_i。
- u'_i, v'_i 代表 T_2 有一條邊從 u'_i 連接到 v'_i。

輸出格式

如果 $k^* = 0$，請輸出

$$0$$

如果 $1 \le k^* \le k$，請輸出

$$
\begin{array}{l}
k^* \\
S
\end{array}
$$

其中 S 為一整數，代表從 T_1 與 T_2 中各刪除 k^* 條邊後導出的演化森林類似的刪除方法數。如果 $k^* > k$，請輸出

$$-1$$

測資限制

- $n \geq 2$。
- $0 \leq m_1 \leq 300 - n$。
- $0 \leq m_2 \leq 300 - n$。
- $k \in \{0, 1, 2\}$。
- $1 \leq u_i \leq n + m_1$。
- $1 \leq v_i \leq n + m_1$。
- $1 \leq u'_i \leq n + m_2$。
- $1 \leq v'_i \leq n + m_2$。
- 給定的 T_1 與 T_2 保證連通，且
  1. 若 $u \in \{1, 2, \ldots, n\}$，則在 T_1 與 T_2 中 $\deg(u) = 1$。
  2. 若 $u \in \{n+1, n+2, \ldots, n+m_1\}$，則在 T_1 中 $\deg(u) \geq 3$。
  3. 若 $u \in \{n+1, n+2, \ldots, n+m_2\}$，則在 T_2 中 $\deg(u) \geq 3$。
- 輸入的數皆為整數。

範例測試

Sample Input	Sample Output
5 3 3 2 1 7 2 8 3 6 4 6 5 8 6 7 7 8 1 6 2 8 3 6 4 7 5 8 6 7 7 8	1 4
4 2 2 0 1 5 2 5 3 6 4 6 5 6 1 6 2 6 3 5 4 5 5 6	0
6 3 3 2 1 7 2 7 3 7 4 8 5 9 6 9 7 8 8 9 1 7 2 7 3 9 4 9 5 8 6 8 7 8 8 9	2 9

6 1 4 2 1 7 2 7 3 7 4 7 5 7 6 7 1 7 2 7 3 8 4 8 5 9 6 9 7 10 8 10 9 10	-1

評分說明

本題共有四組子任務，條件限制如下所示。每一組可有一或多筆測試資料，該組所有測試資料皆需答對才會獲得該組分數。

子任務	分數	額外輸入限制
1	21	$k = 0$
2	13	$k \in \{0, 1\}$
3	23	$n + m_1 \leq 30$ 且 $n + m_2 \leq 30$
4	43	無額外限制

B. 人工智慧模擬 (AI Simulation)

問題描述

在 2023 年的現在人工智慧非常地流行。為了獲得人工智慧學習的資料，我們希望產生一個人工智慧機器人來模擬人類。首先，我們邀請一些受訪者進行調查。在調查中，我們找來了 n 位受訪者，並得到了每位受訪者的 k 項特徵。第 i 位受訪者的特徵可以用長度為 k 的 01 字串 $b_{i,1}b_{i,2}\ldots b_{i,k}$ 表示，稱之為第 i 位受訪者的特徵序列。如果第 i 位受訪者符合第 j 特徵，則 $b_{i,j}=1$，反之為 0。

我們做出來的人工智慧亦可以用特徵序列描述。為了讓作出來的人工智慧盡可能地接近人類，人工智慧的特徵序列 $q_1q_2\ldots q_k$ 需要滿足以下規定：任意取人工智慧相異的 t 項特徵，都能找出一位在這 t 項特徵中完全相同的受訪者。更嚴謹地說，對任意下標序列 $j_1, j_2, \ldots, j_t$，其中 $1 \le j_1 < j_2 < \ldots < j_t \le k$，都能找到某位受訪者 i，滿足對任意 $l \in \{1, 2, \ldots, t\}$，均有 $b_{i,j_l} = q_{j_l}$。並且由於倫理要求，人工智慧的特徵序列不可以與任何一個受訪者的特徵序列完全相同。

現在經費十分有限，你只能製作出最多擁有 3 項特徵的人工智慧，也就是特徵序列 $q_1q_2\ldots q_k$ 中最多只能有 3 個位置為 1。請找出任一個合法且可以製作的人工智慧特徵序列；如果無法滿足條件，請輸出 `none`。

輸入格式

$$
\begin{array}{l}
n\ \ k\ \ t \\
b_{1,1}b_{1,2}\ldots b_{1,k} \\
b_{2,1}b_{2,2}\ldots b_{2,k} \\
\vdots \\
b_{n,1}b_{n,2}\ldots b_{n,k}
\end{array}
$$

- n 為受訪者數量。
- k 為特徵序列長度。
- t 為需要相同的特徵數。
- $b_{i,j}$ 為第 i 位受訪者是否符合第 j 項特徵。
- 以上變數皆為整數。

輸出格式

如果存在合法且可以製作的人工智慧特徵序列 $q_1q_2\dots q_k$，請輸出

$q_1q_2\dots q_k$

其中 q_j 為此人工智慧是否符合第 j 項特徵。如果有多種合法的 $q_1q_2\dots q_k$，輸出任一個即可。否則請輸出

```
none
```

測資限制

- $1 \le n \le 100$。
- $2 \le t < k \le 10$。
- $b_{i,j} \in \{0, 1\}$。
- n, t 與 k 皆為整數。

範例測試

Sample Input	Sample Output
8 6 2 010010 000000 000010 110111 011010 101110 100000 000001	000011
8 3 2 000 001 010 100 011 101 110 111	none

評分說明

本題共有三組子任務，條件限制如下所示。每一組可有一或多筆測試資料，該組所有測試資料皆需答對才會獲得該組分數。

子任務	分數	額外輸入限制
1	3	輸入滿足 $n \leq 5$，且每位受訪者的特徵序列均有超過 3 個位置為 1
2	5	輸入滿足 $n \leq 5$
3	92	無額外限制

（此頁為空白頁）

C. 與自動輔助駕駛暢遊世界 (Autocopilot)

問題描述

知名汽車公司 EWM 在自家的汽車上加裝了最新的自動輔助駕駛 (auto co-pilot) 技術，讓汽車在駕駛人沒有給出明確指令的情況下，也能依據 AI 做出的決策前進。身為車主的小明，自然開始計畫使用這款具備自動輔助駕駛技術的汽車以暢遊世界。

這個世界可以看作一張有向圖 (directed graph) G，其中 G 上的點 s 為小明目前的位置，點 t 為小明欲到達的終點。為了兼顧行車安全，EWM 的汽車在 G 上的行進期間，必須遵循有向邊 (directed edge) 的方向前進，不能逆向行駛；在此前提下，無論所在的位置為何，AI 都會從所有可以前進的方向中，均勻隨機地 (uniformly random) 選擇一個方向前進。舉例來說，若汽車目前在點 a，而點 a 有三條向外的邊，分別連到點 b, c, d，此時 AI 輔助駕駛會從點 b, c, d 中，以機率各為 $1/3$ 的方式選出一個前進。

為了讓駕駛人能控制汽車往他/她希望的方向前進，EWM 公司提供了以下的機制：在 AI 做出決策前，駕駛人可以支付 1 枚 EWM 公司發行的代幣，讓 AI 選擇駕駛人希望的方向。以上一個例子為例，若小明在點 a 時不希望 AI 做隨機選擇，而是直接選擇某個點（例如點 b）前進，那麼他可以支付 1 枚代幣，控制 AI 直接選擇走向點 b。請注意一次代幣支付僅限使用於一次選擇，亦即若汽車重新回到了同一個支付過代幣的點，AI 並不會直接往上一次支付代幣時指定的方向前進，而是會重新均勻隨機地做出選擇；如果駕駛人仍想指定汽車的前進方向，必須再次支付 1 枚代幣。

小明想要知道，他最少需要準備多少枚代幣，才能保證在抵達終點 t 前的任何時刻都存在一條從他的所在地抵達終點 t 的路徑。

輸入格式

$$
\begin{array}{l}
n \;\; m \\
u_1 \;\; v_1 \\
u_2 \;\; v_2 \\
\vdots \\
u_m \;\; v_m \\
s \;\; t
\end{array}
$$

- n 代表 G 的節點數。
- m 代表 G 的邊數。
- u_i, v_i 代表 G 有一條邊從 u_i 有向連接到 v_i。
- s 代表小明目前的位置。
- t 代表小明欲到達的終點。

輸出格式

如果小明有辦法在支付一些代幣後到達 t，請輸出

```
ans
```

其中 ans 代表最少需要支付的代幣數。否則，請輸出

```
−1
```

測資限制

- $1 \le n \le 3000$。
- $1 \le m \le 30000$。
- $1 \le u_i \le n$。
- $1 \le v_i \le n$。
- $1 \le s \le n$。
- $1 \le t \le n$。
- 對任意 $i, j \in \{1, 2, \ldots, m\}$，若 $i \ne j$，則 $(u_i, v_i) \ne (u_j, v_j)$。
- 輸入的數皆為整數。

範例測試

Sample Input	Sample Output
5 5 1 2 2 3 3 1 2 4 3 5 1 5	2
5 6 1 2 2 3 3 1 4 2 4 5 5 4 1 5	-1
8 11 1 2 2 1 2 3 3 4 3 8 4 1 4 5 5 6 5 7 6 7 6 8 1 8	1

評分說明

本題共有四組子任務，條件限制如下所示。每一組可有一或多筆測試資料，該組所有測試資料皆需答對才會獲得該組分數。

子任務	分數	額外輸入限制
1	4	$m = n - 1$，且存在某個點 r 滿足從 r 出發可以到達 G 上的其他點
2	24	G 不包含任何環 (cycle)
3	31	$n \leq 100, m \leq 1000$
4	41	無額外限制

（此頁為空白頁）

D. 共同子凸包 (Convex Hull)

問題描述

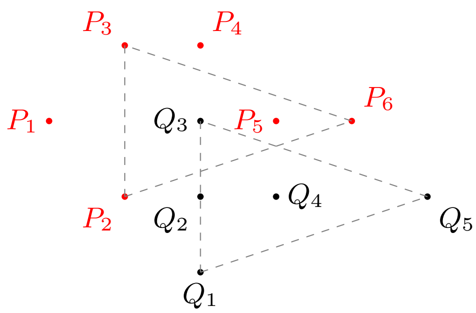
在數學上，一個點集合 S 的**凸包** (convex hull) 定義為包含 S 的最小凸集合，記作 $\mathrm{Conv}(S)$。在平面上，若 S 為非空有限點集合，則 $\mathrm{Conv}(S)$ 為一包含內部與邊界的最小凸多邊形，或其退化形式。另一方面，設 E_1 與 E_2 為平面上的兩個點集合。若存在某個二維向量 $\mathbf{v}$，滿足

$$P \in E_1 \iff P + \mathbf{v} \in E_2,$$

則稱 E_1 與 E_2 經過平移後重合。

現給定平面上的有限點集合 S_1 與 S_2，並考慮它們的非空子集合 $T_1 \subseteq S_1$ 與 $T_2 \subseteq S_2$。已知子凸包 $\mathrm{Conv}(T_1)$ 與子凸包 $\mathrm{Conv}(T_2)$ 面積皆大於 0 且經過平移後重合，請求出 $\mathrm{Conv}(T_1)$ 所有可能的面積。

以下展示兩個子凸包平移後重合的例子。



輸入格式

$$
\begin{array}{l}
n \;\; m \\
x_1 \;\; y_1 \\
x_2 \;\; y_2 \\
\vdots \\
x_n \;\; y_n \\
\xi_1 \;\; \eta_1 \\
\xi_2 \;\; \eta_2 \\
\vdots \\
\xi_m \;\; \eta_m
\end{array}
$$

- n 代表 S_1 的集合大小。
- m 代表 S_2 的集合大小。
- x_i, y_i 代表 S_1 包含點 (x_i, y_i)。
- ξ_i, η_i 代表 S_2 包含點 (ξ_i, η_i)。

輸出格式

$$
\begin{array}{l}
k \\
a_1 \\
a_2 \\
\vdots \\
a_k
\end{array}
$$

- k 代表若子凸包 $\mathrm{Conv}(T_1)$ 與子凸包 $\mathrm{Conv}(T_2)$ 經過平移後重合，$\mathrm{Conv}(T_1)$ 所有可能的非 0 面積數。
- a_i 為一整數，代表 $\mathrm{Conv}(T_1)$ 所有可能的非 0 面積中，第 i 小的數的**兩倍**。

測資限制

- $3 \le n \le 40$。
- $3 \le m \le 40$。
- $0 \le x_i \le 20$。
- $0 \le y_i \le 20$。
- $0 \le \xi_i \le 20$。
- $0 \le \eta_i \le 20$。
- 對任意 $i, j \in \{1, 2, \ldots, n\}$，若 $i \ne j$，則 $(x_i, y_i) \ne (x_j, y_j)$。
- 對任意 $i, j \in \{1, 2, \ldots, m\}$，若 $i \ne j$，則 $(\xi_i, \eta_i) \ne (\xi_j, \eta_j)$。
- 輸入的數皆為整數。

範例測試

Sample Input	Sample Output
6 5 0 2 1 1 1 3 2 3 3 2 4 2 2 0 2 1 2 2 3 1 5 1	1 6
4 4 0 0 1 1 1 2 2 0 2 0 1 2 1 1 0 0	3 1 2 4
4 4 0 1 1 1 1 2 2 2 0 1 1 0 1 1 2 0	0

評分說明

本題共有四組子任務，條件限制如下所示。每一組可有一或多筆測試資料，該組所有測試資料皆需答對才會獲得該組分數。

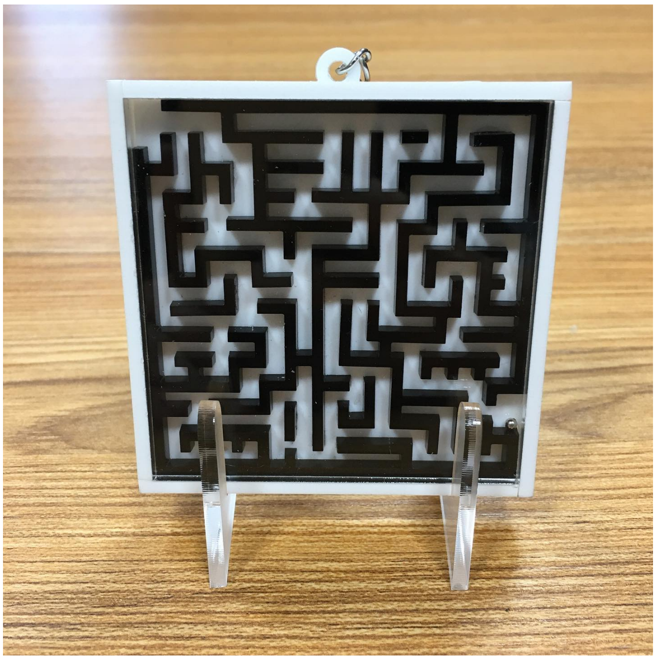
子任務	分數	額外輸入限制
1	7	所有可能的非 0 面積必能從 T_1 與 T_2 中各選 3 個點得到
2	23	$n + m \leq 30$
3	41	$S_1 = S_2$
4	29	無額外限制

（此頁為空白頁）

E. 迷宮鑰匙圈 (Maze)

問題描述

小咪到夜市玩遊戲，贏得了一副鑰匙圈。這副鑰匙圈上有個迷宮面板，裡面有好幾顆小鋼珠：



圖片來源：FB 粉絲專頁「小藍貓 :3」(BlueCatFriends)

將鑰匙圈的面板向左或向右旋轉 90 度，可以使每顆仍在迷宮內的小鋼珠向下掉落，直到該小鋼珠掉出迷宮，碰到迷宮擋板，或碰到其他仍在迷宮內的小鋼珠為止。更明確地說，這座迷宮可以用 $N \times M$ 的二維矩陣表示，一次的 90 度旋轉會將迷宮變換為 $M \times N$ 的二維矩陣，其中

- 一次 90 度左旋轉會將位置 (i, j) 變換成位置 $(M - j + 1, i)$。
- 一次 90 度右旋轉會將位置 (i, j) 變換成位置 $(j, N - i + 1)$。

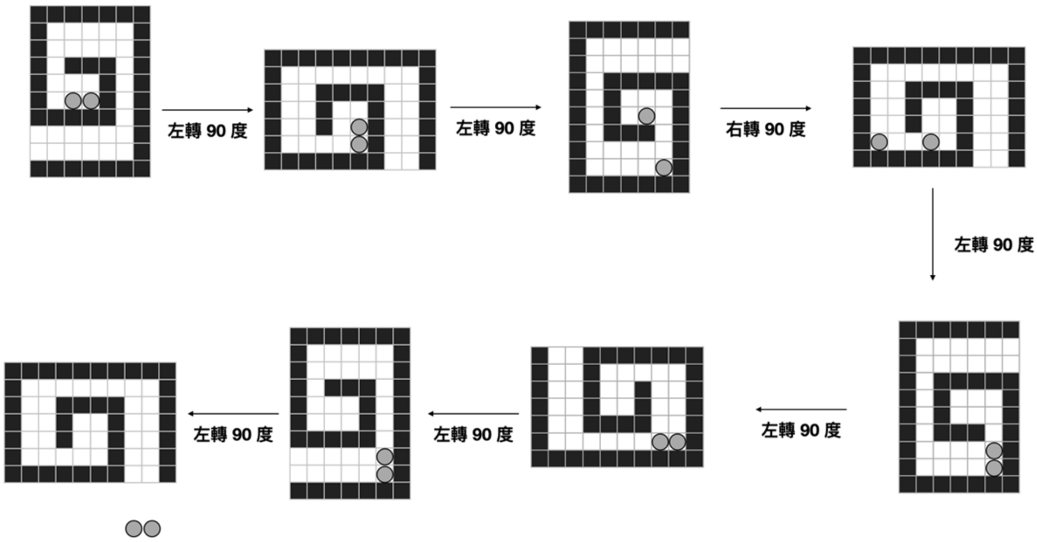
此外，若旋轉後位置 (i, j) 有一顆小鋼珠，則

- 若存在某個 $i' > i$ 滿足 (i', j) 為迷宮擋板，則
  1. 設最小的 i' 為 i^*。
  2. 若 $(i, j), (i + 1, j), \ldots, (i^* - 1, j)$ 間恰有 k 顆小鋼珠，則原位置 (i, j) 的小鋼珠會掉到位置 $(i^* - k, j)$。
- 否則，該小鋼珠將掉出迷宮。

給定迷宮與小鋼珠的起始位置，請算出至少需要向左或向右旋轉 90 度幾次，才能使每顆小鋼珠都

掉出迷宮。

以下是一個迷宮大小為 10×7 的例子：



輸入格式

$$
\begin{array}{l}
n \;\; m \\
s_{1,1} \;\; s_{1,2} \;\; \ldots \;\; s_{1,m} \\
s_{2,1} \;\; s_{2,2} \;\; \ldots \;\; s_{2,m} \\
\vdots \\
s_{n,1} \;\; s_{n,2} \;\; \ldots \;\; s_{n,m}
\end{array}
$$

- n 代表迷宮的列數。
- m 代表迷宮的行數。
- $s_{i,j}$ 代表位置 (i, j) 的狀態，以字元 `b`、`s`、`w` 表示，其中
  1. `b` 代表該格為空且有小鋼珠。
  2. `s` 代表該格為空且沒有小鋼珠。
  3. `w` 代表該格為迷宮擋板。

輸出格式

如果存在使每顆小鋼珠都掉出迷宮的旋轉方式，請輸出

```
ans
```

其中 ans 為一整數，代表所需的旋轉次數。否則，請輸出

```
-1
```

測資限制

- $1 \le n \le 15$。
- $1 \le m \le 15$。
- 對任意 $i \in \{1, 2, \ldots, n\}$ 與 $j \in \{1, 2, \ldots, m\}$，$s_{i,j}$ 只能是 `b`、`s`、或 `w`。
- 滿足 $s_{i,j}$ 為 `b` 的 (i, j) 對數介於 1 與 3 之間。
- 給定的迷宮保證不會有不穩定的狀態，亦即若 $s_{i,j}$ 為 `b`，則必定存在某個 $i^* > i$ 滿足
  1. $s_{i^*,j}$ 為 `w`。
  2. $s_{i,j}, s_{i+1,j}, \ldots, s_{i^*-1,j}$ 均為 `b`。
- n 與 m 皆為整數。

範例測試

Sample Input	Sample Output
10 7 w w w w w w w w s s s s s w w s s s s s w w s w w w s w w s s s w s w w s b b w s w w w w w w s w s s s s s s w s s s s s s w w w w w w w w	7
5 3 s w s s s s w b w w b w s w s	5
5 3 s w s w s w s b s w b w s w s	-1

評分說明

本題共有三組子任務，條件限制如下所示。每一組可有一或多筆測試資料，該組所有測試資料皆需答對才會獲得該組分數。

子任務	分數	額外輸入限制
1	37	迷宮裡的小鋼珠數量為 1
2	29	迷宮裡的小鋼珠數量不超過 2
3	34	無額外限制

F. 恐怖的黑色魔物 (Monster)

問題描述

G 公司最近用黑科技在某個神秘的地方建立了新的研發總部。這座研發總部的形狀是個長方體，內部共有 F 層樓，每一層樓均有形狀大小相同且由 M 列 N 行組成的矩形房間。一個房間的位置以三個正整數 (p, q, r) 表示，代表該房間位於研發總部 p 樓的第 q 列第 r 行。

G 公司的員工均可以透過黑科技直接傳送至隔壁、樓下或樓上的房間。更明確地說，位於房間 (p, q, r) 的 G 公司員工,

1. 當 $p > 1$ 時，可傳送至房間 $(p-1, q, r)$。
2. 當 $p < F$ 時，可傳送至房間 $(p+1, q, r)$。
3. 當 $q > 1$ 時，可傳送至房間 $(p, q-1, r)$。
4. 當 $q < M$ 時，可傳送至房間 $(p, q+1, r)$。
5. 當 $r > 1$ 時，可傳送至房間 $(p, q, r-1)$。
6. 當 $r < N$ 時，可傳送至房間 $(p, q, r+1)$。

G 公司為了節省員工的用餐休息時間，在其中的 R 個房間開設了餐廳，方便員工在研發總部內直接用餐。但餐廳的食物會滋生一種恐怖的黑色魔物，有一部分的 G 公司員工非常害怕這種恐怖的黑色魔物，因此不敢在這些餐廳用餐。

你的上司 K 先生特別害怕這種恐怖的黑色魔物。他總認為這些恐怖的黑色魔物，也能透過黑科技，在研發總部裡自由穿梭。他定義了「黑色恐怖距離」：若一個房間至少須使用 d 次黑科技傳送，才能抵達餐廳，則該房間的黑色恐怖距離就是 d。對 K 先生來說，黑色恐怖距離越小就越恐怖，因次他每次在研發總部內移動時，都會計算該如何使用黑科技，才能讓途中經過的房間，最小的黑色恐怖距離最大。作為 K 先生下屬的你，打算撰寫一個程式，幫助 K 先生快速算出在最不恐怖的路徑上，所經過的房間裡黑色恐怖距離的最小值。

輸入格式

$$
\begin{array}{l}
F\ \ M\ \ N \\
R \\
p_1\ \ q_1\ \ r_1 \\
p_2\ \ q_2\ \ r_2 \\
\vdots \\
p_R\ \ q_R\ \ r_R \\
Q \\
a_1\ \ b_1\ \ c_1\ \ x_1\ \ y_1\ \ z_1 \\
a_2\ \ b_2\ \ c_2\ \ x_2\ \ y_2\ \ z_2 \\
\vdots \\
a_Q\ \ b_Q\ \ c_Q\ \ x_Q\ \ y_Q\ \ z_Q
\end{array}
$$

- F 代表 G 公司研發總部的樓層數。
- M 代表 G 公司研發總部的列數。
- N 代表 G 公司研發總部的行數。
- R 代表 G 公司研發總部的餐廳數。
- (p_i, q_i, r_i) 代表 G 公司研發總部內第 i 間餐廳的位置。
- Q 代表 K 先生計畫移動的次數。
- (a_i, b_i, c_i) 代表 K 先生計畫第 i 次移動的起點。
- (x_i, y_i, z_i) 代表 K 先生計畫第 i 次移動的終點。

輸出格式

$$
\begin{array}{l}
d_1^* \\
d_2^* \\
\vdots \\
d_Q^*
\end{array}
$$

- d_i^* 代表 K 先生第 i 次移動時，所有可能的路徑中，最小黑色恐怖距離的最大值。

測資限制

- $1 \le F \le 2 \times 10^5$。
- $1 \le M \le 2 \times 10^5$。
- $1 \le N \le 2 \times 10^5$。
- $1 \le FMN \le 2 \times 10^5$。
- $1 \le R \le FMN$。
- $1 \le p_i \le F$。
- $1 \le q_i \le M$。
- $1 \le r_i \le N$。
- $1 \le Q \le 2 \times 10^5$。
- $1 \le a_i \le F$。
- $1 \le b_i \le M$。
- $1 \le c_i \le N$。
- $1 \le x_i \le F$。
- $1 \le y_i \le M$。
- $1 \le z_i \le N$。
- 對任意 $i, j \in \{1, 2, \ldots, R\}$，若 $i \ne j$，則 $(p_i, q_i, r_i) \ne (p_j, q_j, r_j)$。
- 輸入的數皆為整數。

範例測試

Sample Input	Sample Output
3 3 3 3 1 1 1 2 2 2 3 3 3 4 1 3 3 3 1 1 1 2 2 3 2 2 1 2 3 1 2 3 1 1 1 3 3 3	2 1 2 0
1 1 3 1 1 1 2 1 1 1 1 1 1 3	0

評分說明

本題共有五組子任務，條件限制如下所示。每一組可有一或多筆測試資料，該組所有測試資料皆需答對才會獲得該組分數。

子任務	分數	額外輸入限制
1	6	$F = R = 1, MN \leq 100, Q \leq 100$
2	21	對任意 $i \in \{1, 2, \ldots, Q\}$，均有 $(a_i, b_i, c_i) = (x_i, y_i, z_i)$
3	4	$FMN \leq 3000$
4	25	$Q = 1$
5	44	無額外限制

G. 博物館 (Museum)

問題描述

在 H 國有一座博物館，陳列了 n 件作品在一條直線的走廊上。從門口開始，由左至右，放置於第 i 個位置的作品價值為 c_i。

今日有重要的貴賓要蒞臨博物館，但是因為行程緊湊，貴賓只能觀賞最接近門口，也就是最左邊的 k 件作品。為了提升博物館的形象，博物館館長打算把一些貴重的作品移至前方。亦即把價值最高的前 k 件作品移至最左邊的 k 個位置。

因為博物館中的作品都非常地珍貴，每一次搬動，都只能交換相鄰的兩件作品，並且為了最小化損壞作品的風險，館長要求要用最少次數的搬動來完成。

給定當前每件作品的價值，請輸出最少的搬動次數以完成館長的要求。

輸入格式

n k
c_1 c_2 $\ldots$ c_n

- n 表示作品的數量。
- k 表示貴賓欣賞的作品數量。
- c_i 表示當前放置於第 i 個位置的作品價值。

輸出格式

m

- m 為滿足館長要求的最少搬動次數。

測資限制

- $1 \le k \le n \le 10^5$。
- $1 \le c_i \le 10^9$。
- 輸入的數皆為整數。

範例測試

Sample Input	Sample Output
`5 3` `1 2 3 4 5`	`6`
`6 2` `2 3 2 3 2 3`	`3`

評分說明

本題共有三組子任務，條件限制如下所示。每一組可有一或多筆測試資料，該組所有測試資料皆需答對才會獲得該組分數。

子任務	分數	額外輸入限制
1	3	$n \leq 500$ 且 $c_1, c_2, \ldots, c_n$ 兩兩相異
2	19	$c_1, c_2, \ldots, c_n$ 兩兩相異
3	78	無額外限制

H. 整數的迴文分解法 (Palindrome)

問題描述

H 教授是一位密碼學專家，他現在正在研究如何對一個正整數做特殊分解，因而發明了正整數的迴文分解法，其分解方法如下：對於一個正整數 n，把 n 分解成 k 個正整數 $x_1, x_2, \ldots, x_k$ 的和，滿足 $n = x_1 + x_2 + \ldots + x_k$，且 $x_1, x_2, \ldots, x_k$ 由左讀到右和由右讀到左相同。

當兩種分解法分解出來的正整數數量不同，或是出現的次序不同時，則視為不同的分解法。更嚴謹地說，設 $n = a_1 + a_2 + \ldots + a_k = b_1 + b_2 + \ldots + b_l$ 為兩種迴文分解法。若 $k \neq l$，或者 $k = l$ 但存在 $i \in \{1, 2, \ldots, k\}$ 使得 $a_i \neq b_i$，則視為不同的分解法。例如正整數 6 有 8 種迴文分解法，分別是

1. 6；
2. $2+2+2$；
3. $3+3$；
4. $2+1+1+2$；
5. $1+4+1$；
6. $1+1+2+1+1$；
7. $1+2+2+1$；
8. $1+1+1+1+1+1$。

給定一個正整數 n，請寫一支電腦程式去計算 n 有多少種不同的迴文分解法。因為這個數字可能很大，你只要求出方法數除以 10^9+7 的餘數就行了。

輸入格式

$$
\begin{array}{l}
t \\
n_1 \\
n_2 \\
\vdots \\
n_t
\end{array}
$$

- t 代表你的電腦程式需要處理的正整數 n 的個數。
- n_i 代表第 i 筆詢問的正整數 n。

輸出格式

```
ans_1
ans_2
⋮
ans_t
```

- ans_i 代表 n_i 的迴文分解方法數除以 10^9+7 的餘數。

測資限制

- $1 \le t \le 10^4$。
- $1 \le n_i \le 10^{15}$。
- 輸入的數皆為整數。

範例測試

Sample Input	Sample Output
2 3 6	2 8

評分說明

本題共有四組子任務，條件限制如下所示。每一組可有一或多筆測試資料，該組所有測試資料皆需答對才會獲得該組分數。

子任務	分數	額外輸入限制
1	10	輸入的 n_i 兩兩相異，且 $n_i \le 30$
2	30	$n_i \le 1000$
3	10	$n_i \le 10^6$
4	50	無額外限制

I. 對戰機器馬 (Race)

問題描述

這天，小齊與小田各派出 n 隻機器馬進行 n 回一對一的對戰，雙方的出賽順序均已排定且不得再更改。已知對於 $1 \leq i \leq n$，小齊第 i 場出賽的機器馬原始戰力是 a_i，小田第 i 場的機器馬原始戰力則是 b_i，且 $0 \leq a_i, b_i < P$，其中 P 是一個給定的正整數。每一場對戰時，戰力高者獲勝。

小田為了贏取更多的勝利，研發出了能調整這些機器馬戰力的燃料，每一種燃料有一個魔力值 m，當原始戰力 b_i 的機器馬使用了魔力值 m 的燃料，戰力就會變成 $(b_i + m)\%P$，這裡 $\%$ 表示取餘數的運算。對小田來說，如果每一隻機器馬都可以挑選不同魔力值的燃料，當然就太好了，但是由於某些限制，小田只能生產出最多兩種燃料，且每一隻機器馬都必須使用恰一種燃料才可以。換句話說，小田可以選擇兩個非負整數 s 與 t，若 $(b_i + s)\%P > a_i$ 或 $(b_i + t)\%P > a_i$，則小田可以贏得第 i 場比賽的勝利。小田希望能挑選出兩種魔力值，以獲得最多的勝利。請計算並輸出小田的最大勝利場次數。請注意，小田的每一隻機器馬必須使用所生產的兩種燃料之一，即使原先戰力已經勝過對方的機器馬也必須挑選其中之一使用。

舉例來說，假設 $P = 10$，小齊與小田的原始戰力如下表。若小田選擇生產魔力值 $s = 1$ 與 $t = 6$ 的兩種燃料，那麼他可以戰勝 5 場比賽。另，小田沒有戰勝 6 場以上比賽的可能，因此所求答案是 5。

小齊戰力 a_i	6	7	9	4	8	5	5
小田戰力 b_i	3	7	6	9	9	1	5
$s = 1$ 與 $t = 6$	$3 + 6 > 6$	$7 + 1 > 7$		$(9 + 6)\%10 > 4$		$1 + 6 > 5$	$5 + 1 > 5$

輸入格式

$$
\begin{array}{l}
n \;\; P \\
a_1 \;\; a_2 \;\; \ldots \;\; a_n \\
b_1 \;\; b_2 \;\; \ldots \;\; b_n
\end{array}
$$

- n 代表比賽的回合數，同時也是小齊和小田各自派出的機器馬數量。
- P 代表計算戰力用的參數。
- a_i 代表小齊第 i 場出賽的機器馬原始戰力。
- b_i 代表小田第 i 場出賽的機器馬原始戰力。

輸出格式

```
ans
```

- ans 代表小田的最大勝利場次數。

測資限制

- $1 \leq n \leq 2 \times 10^5$。
- $1 \leq P \leq 10^9$。
- $0 \leq a_i < P$。
- $0 \leq b_i < P$。
- 輸入的數皆為整數。

範例測試

Sample Input	Sample Output
5 6 3 1 5 3 4 0 2 3 4 0	4
7 10 6 7 9 4 8 5 5 3 7 6 9 9 1 5	5

評分說明

本題共有五組子任務，條件限制如下所示。每一組可有一或多筆測試資料，該組所有測試資料皆需答對才會獲得該組分數。

子任務	分數	額外輸入限制
1	5	$n \leq 100, P \leq 100$
2	7	$n \leq 100, P \leq 10000$
3	17	$n \leq 5000$
4	40	對於所有 i，$b_i \leq a_i$
5	31	無額外限制