

## 第一題：化學元素分析 (Chemical Analysis)

### 問題描述

化學式記錄著不同分子的組成，如  $H_2O$  水分子是由 2 個 H (氫) 與 1 個 O (氧) 原子組成。更複雜的分子，如 Iron(III) Sulfate (硫酸鐵) 的分子會由括號包著，如  $Fe_2(SO_4)_3$  代表由 2 個 Fe (鐵) 原子，3 個 S (硫) 原子，以及 12 個 O (氧) 原子組成。所有的原子符號都是由 1 個或 2 個字母組成，如 Na (鈉)、I (碘)。第一個字元一定是大寫，第二個一定是小寫。給定一個化學式，將裡面有幾種不同的原子寫出來並計算個數。對於非資訊專才的學生覺得每次用手算太麻煩了，於是求助於你，希望你能幫他設計出一個程式來快速完成作業。

### 輸入格式

輸入只有一行，代表一個化學分子 (長度小於 256 字元)。

### 輸出格式

第一行為分子名稱，接著幾行為「原子名稱：數量」，每一種原子一行，並以字典排序由小到大輸出。

<b>輸入範例一</b> $C_6H_{12}O_6$	<b>輸出範例一</b> $C_6H_{12}O_6$ C:6 H:12 O:6
--------------------------------	--

<b>輸入範例二</b> $NH_4(Cr(SCN)_4(NH_3)_2)$	<b>輸出範例二</b> $NH_4(Cr(SCN)_4(NH_3)_2)$ C:4 Cr:1 H:10 N:7 S:4
---	--

### 評分說明

本題共有三組測試題組，條件限制如下所示。每一組可有一或多筆測試資料，該組所有測試資料皆需答對才會獲得該組分數。

子任務	分數	額外輸入限制
1	20	每個原子名稱都只有一個字元，且分子化學式中不含括號。
2	20	分子化學式中不含括號。
3	60	無

## 第二題：排列第幾個? (Permutation)

### 問題描述

$N$  個可重複的英文字母排成一列，共有幾種排法？比如說，兩個 A 一個 B 一個 C 排成一列共有 12 種排法，依照字典排序法依序如下：AABC、AACB、ABAC、ABCA、ACAB、ACBA、BAAC、BACA、BCAA、CAAB、CABA、CBAA。

現在給定一個排列  $\pi$ ，請問  $\pi$  是該些字母排列中的第幾個？上例中第 0 個為 AABC，第 1 個為 AACB，而 BAAC 是兩個 A 一個 B 一個 C 的排列中依照字典排序法中的第 6 個。若  $\pi$  是該些字母排列中的第  $K$  個，為方便輸出，給定一個整數  $D$ ，輸出  $K$  除以  $D$  的餘數。

### 輸入格式

輸入只有一行，先有一個整數  $D$  ( $1 < D < 10,000$ )，再有一串可重複字母的英文字串  $S$ ，中間以空白隔開。

### 輸出格式

假設字串  $S$  為該些字母的排列中的第  $K$  個，輸出  $K$  除以  $D$  的餘數。

輸入範例一 50 CBA	輸出範例一 5
-----------------	------------

輸入範例二 5 BaaC	輸出範例二 2
-----------------	------------

輸入範例三 5 BAAC	輸出範例三 1
-----------------	------------

輸入範例四 2 aaA	輸出範例四 0
----------------	------------

### 評分說明

本題共有四組測試題組，條件限制如下所示。每一組可有一或多筆測試資料，該組所有測試資料皆需答對才會獲得該組分數。

子任務	分數	額外輸入限制
1	10	字串 $S$ 字母不重複，長度最多為 5。
2	20	字串 $S$ 字母不重複，長度最多為 52。
3	30	字串 $S$ 字母可重複，長度最多為 10。
4	40	字串 $S$ 字母可重複，長度最多為 1024。

### 第三題：費氏數列 (Fibonacci)

#### 問題敘述

有一個數列，頭兩個數是 0 和 1，接下來的每一個數  $x_n$ ，都是前兩個數的和，例如第三個數是  $0+1=1$ ，第四個數是  $1+1=2$ ，第五個數是  $1+2=3$ 。我們知道這個數列是有名的費氏數列。

現在我們仿照費氏數列的生成方式來生成某個數列，該數列的頭兩個數是  $x_1$  和  $x_2$ ，接下來的每一個數，都是  $x_n = a \cdot x_{n-2} + b \cdot x_{n-1}$ 。給定  $x_1, x_2, a, b, n$  ( $0 \leq x_1, x_2, a, b \leq 10^9, 3 \leq n \leq 10^9$ )，請你寫一個程式計算指定的第  $n$  個數  $x_n$ 。

#### 輸入格式

輸入只有一行，有五個正整數，依序為  $x_1, x_2, a, b, n$  ( $0 \leq x_1, x_2, a, b \leq 10^9, 3 \leq n \leq 10^9$ )，數值間以空白隔開。

#### 輸出格式

由於  $x_n$  的數值可能很大，請輸出  $x_n$  除以 1,000,000,007 的餘數。

輸入範例一 0 1 1 1 5	輸出範例一 3
--------------------	------------

輸入範例二 0 1 1 1 50	輸出範例二 778742000
---------------------	--------------------

輸入範例三 3 4 5 6 999	輸出範例三 434708377
----------------------	--------------------

輸入範例四 999999999 999999999 999999999 999999999 999999999	輸出範例四 302734374
--	--------------------

#### 評分說明

本題共有四組測試題組，條件限制如下所示。每一組可有一或多筆測試資料，該組所有測試資料皆需答對才會獲得該組分數。

子任務	分數	額外輸入限制
1	10	$x_1 = 0, x_2 = 1, a = b = 1, n \leq 30$
2	10	$x_1 = 0, x_2 = 1, a = b = 1, n \leq 100$
3	10	$n \leq 1,000$
4	70	無

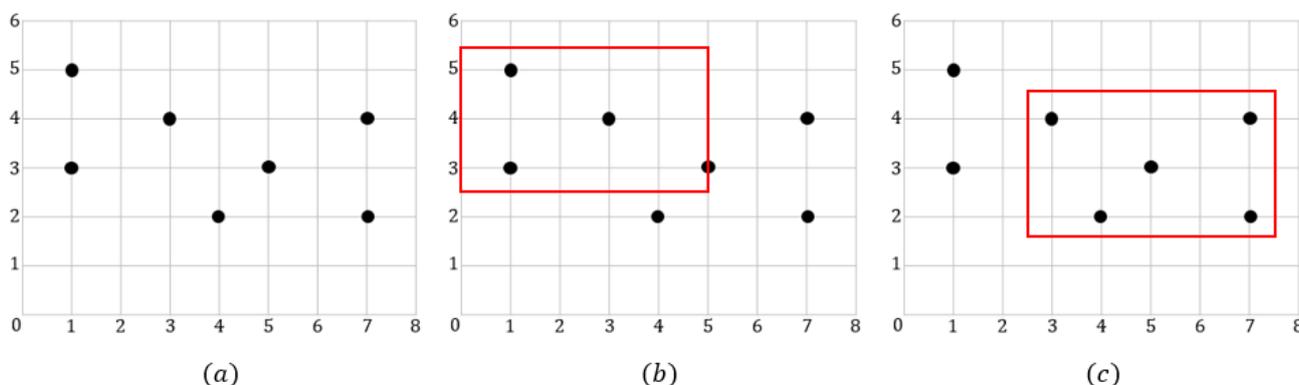
## 第四題：最大矩形涵蓋

### 問題描述

彼得是提歐埃國的一名網路工程師，在研發的過程中遭遇了一個難題，希望你能夠幫助他解決，問題的描述如下。

給定一個長度為  $l$  寬度為  $w$  的矩形以及  $n$  個平面上相異的座標點，每個點代表提歐埃國的一座城市；彼得想要知道：在可以任意平移（不可旋轉）矩形位置的情況下，矩形範圍內能夠涵蓋到的最多城市數量。（城市座標點落在矩形範圍內或邊界上視為覆蓋。）

下圖(a)為 7 座城市的例子，若矩形的長度為 3 且寬度 5，(b)紅色框線為一種可能的矩形位置，涵蓋了 4 個城市；下圖(c)為涵蓋最多城市的矩形位置，涵蓋了 5 個城市。



給定長  $l$  寬  $w$  的矩形以及  $n$  個相異的城市座標點，請撰寫一支程式幫助彼得算出此矩形範圍能夠涵蓋到的最多城市數量。

### 輸入格式

每筆測資的第一行有三個正整數  $n$  ( $1 \leq n \leq 3,000$ )、 $l$  和  $w$  ( $1 \leq l, w \leq 1,000,000$ )，分別代表城市數量、矩形的長度和矩形的寬度。

接下來有  $n$  行輸入，每一行有兩個整數  $x$  和  $y$  ( $0 \leq x, y \leq 1,000,000$ ) 代表一座城市的  $x$  軸座標和  $y$  軸座標。

### 輸出格式

輸出為一整數，代表矩形範圍可以涵蓋的最多城市數量。

<p>輸入範例一</p> <p>5 1 4</p> <p>7 0</p> <p>4 0</p> <p>0 0</p> <p>5 0</p> <p>9 0</p>	<p>輸出範例一</p> <p>3</p>
--	-----------------------

<p>輸入範例二</p> <p>8 1 3</p> <p>7 2</p> <p>2 2</p> <p>5 2</p> <p>1 8</p> <p>9 8</p> <p>6 6</p> <p>5 6</p> <p>3 6</p>	<p>輸出範例二</p> <p>3</p>
---	-----------------------

<p>輸入範例三</p> <p>7 3 5</p> <p>1 3</p> <p>7 2</p> <p>5 3</p> <p>7 4</p> <p>1 5</p> <p>3 4</p> <p>4 2</p>	<p>輸出範例三</p> <p>5</p>
--	-----------------------

### 評分說明

本題共有三組測試題組，條件限制如下所示。每一組可有一或多筆測試資料，該組所有測試資料皆需答對才會獲得該組分數。

子任務	分數	額外輸入限制
1	20	所有城市的 $y$ 座標值皆為 0 (如範例 1)
2	30	$l=1$ 且所有城市的 $y$ 座標值皆為偶數 (如範例 2)
3	50	無 (如範例 3)

## 第五題：直升機 (Helicopter)

### 問題描述

從莎朗大街的街頭走到街尾，依序會經過  $n$  棟大樓，其高度分別為  $h_1, h_2, \dots, h_n$ 。每棟大樓的頂樓都是停機坪，對每個  $k \in \{1, 2, \dots, n\}$ ，第  $k$  位飛行員想要從第  $i_k$  棟大樓駕駛直升機飛到第  $j_k$  棟大樓，其中  $1 \leq i_k < j_k \leq n$ 。她的飛行方式如下：先從第  $i_k$  棟大樓向上直升至被稱為  $x_{i_k j_k}$  的高度，接著在高度不變的情況下，向街尾飛至第  $j_k$  棟大樓上方，最後降落在第  $j_k$  棟大樓頂端。為了避免撞到大樓， $x_{i_k j_k}$  不應小於  $h_{i_k} + 1, h_{i_k+1} + 1, h_{i_k+2} + 1, \dots, h_{j_k} + 1$  中的任一個；為了省油， $x_{i_k j_k}$  應盡量小，因此我們希望  $x_{i_k j_k}$  恰為  $h_{i_k} + 1, h_{i_k+1} + 1, h_{i_k+2} + 1, \dots, h_{j_k} + 1$  中的最小值。

### 輸入格式

1. 輸入第一行為  $n$ ，第二行為  $h_1, h_2, \dots, h_n$ ，對每個  $k \in \{1, 2, \dots, n\}$ ，第  $k+2$  行為  $i_k$  與  $j_k$ 。
2.  $2 \leq n \leq 100000$  且  $1 \leq h_1, h_2, \dots, h_n \leq 1000000$ 。
3. 同一行的數值間以空白隔開。

### 輸出格式

對每個  $k \in \{1, 2, \dots, n\}$ ，輸出的第  $k$  行為  $x_{i_k j_k}$ 。

輸入範例一	輸出範例一
8	3
3 2 5 7 3 1 4 5	3
2 5	2
1 4	2
3 8	2
6 7	4
3 6	2
4 5	4
2 7	
3 5	

### 評分說明

本題共有兩組測試題組，條件限制如下所示。每組的所有測試資料皆需答對才會獲得該組分數。

子任務	分數	額外輸入限制
1	10	$n \leq 10$
2	90	$n \leq 100,000$