

# 2021 校內賽複賽 題解

pA.

吉良吉影想

平靜地過日子

**First AC:** 張晏誠

**AC:** 8人

出題者:  
LiPro

## 題目概述

將序列分成總和相等的區間們，並最小化最長段的長度。

## 作答概述

- 十分簡單的 9 分
- 有引導性、不難的 45 分子題
- 解法很多
- ~~唬爛方法也很多~~
- 注意**數字皆為正數**

## 子題 2: $n \leq 20$

- 暴力  $2^n$  做。
- $O(2^n \cdot n)$  或  $O(2^n \cdot n^2)$ , 不算太難寫。



- 至少有最長長度  $n$  的切法 (切整段), 因此一定有解。
- 考慮區間和。當序列被分成相同和的區間時,  
整段和 = 單一區間和 \* 區間數量 (也就是說區間和、  
區間數量都是整段和的因數)。
- 數字皆為正數, 這代表當我要切出每段和為  $S$  的區間 (若  
存在) 時, 第一段結尾為第一個  $\geq S$  的前綴位置。因此第一  
段唯一, 同理第二段唯一... 可推出整段唯一。

## 子題 4: $\sum w_i \leq 10^6$

- $(\sum w_i)$  是整段和，而我們已知區間和、區間數量都是整段和的因數。
- 所有  $\leq 10^6$  的數字因數數量至多  $2*1000$  個 (實際上最大不到300個)，因此可以列舉因數為區間和，列舉出所有切法檢查並更新答案。
- 檢查更新可以利用唯一性，從開頭依序往後切出第一段、第二段… 直到切完整段，單次只需  $O(N)$ 。



- 一般狀況下總和  $\leq 8 \cdot 10^{12}$ ，因數的數量感覺有點多(?)，難以列舉。
- 但畢竟是區間和 --- 總會是某個區間的總和，而區間數量最多  $O(N^2)$  個。

### 子題 3: $n \leq 500$

- $O(n^2)$  列舉所有區間和, 對於每個區間和再  $O(n)$  檢查並更新答案, 整體  $O(n^3)$ 。
- 等等, 怎麼感覺好像根本不需要列舉這麼多(??)



- 考慮以下任一個都能領出解答
  - 每段區間和相等，但第一段的總和也才  $n$  種！
  - 區間數量是  $1 \sim n$ ，而區間和 = 整段和 / 區間數量！
  - $8 \cdot 10^{12}$  以下的數字因數數量最多 10080 個！！！！

## 子題 4, 參考解答

- 以任一種合理方式列舉區間和  $S$ , 每次  $O(N)$  檢查、更新答案。
- 子題 4 提供使用 `set/map` 等非線性檢查的解法。
- 若列舉前綴和為區間和, 則對多  $N$  種。整體  $O(N^2)$ 。

# AC code

## [完整連結](#)

```
int mxslen = 0;
for (int i=0, j=0; i<n; i = j)
{
    long long S = 0;
    for (j=i; j<n && S<k; j++)
    {
        S += v[j];
    }

    if (S != k)
    {
        return -1;
    }
    else
    {
        mxslen = max(mxslen, j - i);
    }
}
```

```
int mnlen = n;
for (int i=0; i<n; i++)
{
    long long S = \
        accumulate(v.begin(),\
                    next(v.begin() + i),\
                    0LL);

    int len = test(S);
    if (len > 0)
    {
        mnlen = min(mnlen, len);
    }
}
```

pB.

**First AC:** 王淇

**AC:** 2人

出題者: 曹宸睿

# 題目概述

略

## 作答概述

跟初選差不多，但改變了什麼呢？那就是不同學校對於兩個人的排名可能會不同。那該怎麼辦呢？問王洪

總之，我們可以試著先將每個人安排到他的第一志願，接下來看看哪些學校會爆滿，把爆滿的學校中那些排名最後面的丟出來。第二輪再拿那些被丟出來的人，安排到他們的下一志願，重複此過程即可。注意，第一志願選上不代表你之後不會被第五志願的人擠掉喔~

是不是很像暑訓教過的穩定配對問題呢！答對了！

## 子題:

Subtask 1 就是初選的狀況。

其他應該都亂配的, 但我也不知道 93 分是怎麼出現的

@@

# AC code

[yclseQ - Online C++0x Compiler & Debugging Tool - Ideone.com](#)

PC.

**First AC:** 羅文謙

**AC:** 1人

出題者:  
koios1143  
ub33

## 題目概述

我沒想過這題會成為阻止王淇破台的題目

## 作答概述

就是最短路啦

## 子題 4:n,m≤4

直接暴搜可能就會過了

## 子題 2:沒有神奇道具

就是單純的最短路

可以用dijkstra

## 子題 3:w相同

沒拿道具的情況就直接算

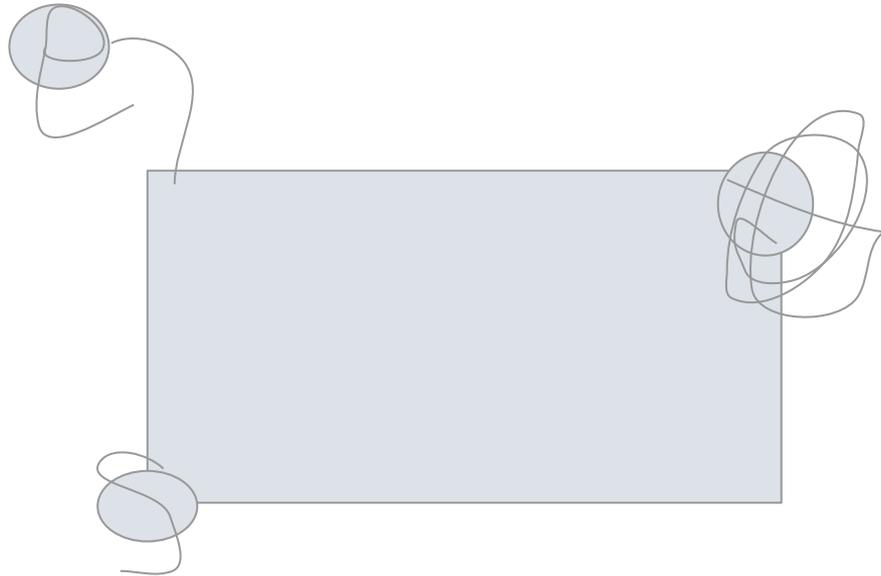
有拿的情況就是從起點走到道具那裡

然後從路徑上的某一個地方往終點走

由於w相同

把起點和道具長方形框起來之後答案就是從起點走到道具  
再加上終點到長方形的距離

### 子題 3:w相同



## 子題 5: 喵

除了直接到終點，答案一定是一條長得像Y的路徑(?)

三個端點是起點終點和道具

所以從三個地方分別做最短路，然後枚舉所有分岔點

答案就是分岔點到三個點的距離扣掉重複計算的自己

取最小值就ac了

# AC code

<https://github.com/TNFISH-Programming-Contest/2021NHSPC-TNFISH-Final/blob/main/pC/solution/ac.cpp>

pD.

**First AC:** 王淇

**AC:** 2人

出題者:  
koios1143  
ub33

## 題目概述

我是不是被假解了

## 作答概述

都是沒有引導性的子題啦哈哈

子題2:  $n \leq 5000$

直接做  $O(nq)$

## 子題3: $k \leq 100$

可以建一個  $n * 100$  的表預處理答案

往下  $k$  步的答案等於所有子節點往下  $k-1$  步的答案的和 + 1

$O(100n + q)$

## 子題4:k固定

自己想

$O(n+q)$

## 子題 5: $n, q \leq 100000$ 同深度節點不超過 50個:

預處理子樹的size, 查詢節點a往下k步等於a的size減掉a往下距離k+1的點的size

可以枚舉那個深度的點, 用倍增之類的判斷他是不是在a的子樹裡

$O((n+50q)\log n)$ ?

## 子題6: $n \leq 10^5$

原本這是給啟發式合併的子題

可是啟發式合併跑太快了會直接ac

如果你寫奇怪的根號方法或者bit套動態開點線段樹(?)

可能就可以拿到這筆又不acㄟ

## 子題7: 喵

可以先用dfs序把他樹壓平, 區間就可以查子樹的東西  
把深度填上去之後問題就變成查詢區間內有幾個數小於x

就可以離線+bit

或者持久化線段樹

$O((n+q)\log n)$

# AC code

<https://github.com/TNFISH-Programming-Contest/2021NHSPC-TNFISH-Final/blob/main/pD/solution/ac.cpp>

PE.

**First AC:**

**AC:** 人

出題者:  
成俊宏

## 題目概述

欸俊宏你不要再出奇怪數學題啦

反正又是一題需要跳過題敘後才能看到題目的...題目(?)

## 作答概述 (偽) 彩蛋 (真)

「這裡

「提醒

「用什

「舉例

「正好

「快點

「素麵

「蜜芥

By 出題者要求

- Subtasks
  - 正解  $P^2$ (循環節)
  - 誤導為矩陣快速冪

## 作答概述

- 看起來很像線性遞迴 會矩陣快速冪的朋友可以拿個... 6分
- 含有暴力送分... 1分
- 好好分析寫出打爆弱測資的code可以拿到... 15分
- 正解嘿嘿嘿



## 子題 1: $n \leq 1e6$

欸欸欸欸欸(X

不我是說直接暴力地回過去就好

## 子題 2: $a = b = 0$

快速幂

## 子題 3: $a = c = 0$

奇偶分項 + 快速幂

## 子題 4: $a = 0$

矩陣快速冪

## 子題 5: $a = 1, b = c = 0$

觀察每項 會發現費氏數列出現在次方項

## 子題 6: $b = c = 0$

多分析一項, 會得到一個跟費氏數列很像的遞迴式出現在次方項上

## 子題 7: $p = 2$

正解提示(X

皮卡丘猜拳(O

## 正解

$p$  在  $1e4$  範圍內

根據鴿籠原理

可以得知連續兩項形成的pair在  $p^2 + 1$  項內必定會有相同的配對

因而造成循環節

直接找出循環節對  $n$  降冪即可

PF.

**First AC:** 王淇

**AC:** 1人

出題者: 曹宸睿

## 題目概述

問每一項皆在  $0 \sim 11$  之間, 且奇數項的數字皆不大於兩邊的數列有多少個。

## 作答概述

可以輕易的想到 dp 式, 但奇數項跟偶數項的 dp 式不一樣, 該怎麼樣才能有辦法加速呢? 看到  $1e18$  的範圍就知道一定是矩陣快速冪, 但 dp 式不一樣啊?

跳項轉! 不要理那些偶數的項了, 奇數項之間互轉就好! 這樣就可以矩陣快速冪了。 $n$ 是偶數怎麼辦? 做到  $n-1$  然後用一次偶數轉就好啦。~~詳情問王洪~~

## 子題:

$n \leq 4$  手算

$n \leq 5000$   $n^2$  之類的奇怪轉法

$n \leq 1e6$   $O(n)$  或是多了個 12 倍常數都行, 這個小題應該大家都要解到的

$N \leq 1e9$  本機算完以後分塊打表之類的.....我不知道有沒有人這樣做

# AC code

[KzaVsQ - Online C++0x Compiler & Debugging Tool - Ideone.com](#)