

# 2022 校內賽複賽 題解

pA.

騎馬打仗

**First AC:** 高嘉泓

**AC:** 8 人

出題者:  
rurutoria7

## 題目概述

給一個數列及  $q$  筆詢問，每筆問若將數列每  $k$  個分成一段，每段的總和中最小是多少

## 作答概述

- 複雜度分析
- 前綴和

## 子題

- 子題 2 :  $k \geq n$   
永遠只會分成一段，所以直接輸出數列之和即可
- 子題 3 : 無限制  
考慮  $k = 1, 2, 3 \dots n$  的情況，如果每個都暴力做的話，複雜度為  $O(n/1 + n/2 \dots n/n) = O(n \log n)$ ，是好的。  
所以直接暴力做並把答案記下來就好了。

AC code

[完整連結](#)

# pB. 馬特留什卡

**First AC:** 高嘉泓

**AC:** 4 人

出題者:  
cmes31419

## 題目概述

給一個長度為 $n$ 的數列，求最少可分成幾個嚴格遞增子序列？

## 作答概述

- set/multiset
- Greedy

## 子題

- 子題 2 :  $n \leq 10000$   
每次從數列中拿走一個嚴格遞增子序列, 直到所有元素都被找過, 複雜度  $O(n^2)$
- 子題3: 無限制  
維護multiset, 然後掃過一次數列, 對於每個數, 用upper\_bound找出並刪掉比他小的數中最大的, 再把該數加入multiset, 答案為最後multiset的size  
複雜度  $O(n \log n)$

AC code

[完整連結](#)

pC.

星星獵手

**First AC:** 王淇

**AC:** 1 人

出題者:

cmes31419

## 題目概述

- 在 $T$ 秒時限、 $N \times M$ 範圍內，玩一個已知食物位置的貪食蛇遊戲，其中每個食物有各自的權重且只會出現2秒，求最高得分？

# 作答概述

- DP

## 子題

- 子題 2:  $T \leq 10000$   
用  $dp[i][j][t]$  存  $t$  秒時在座標  $(i,j)$  的最高分數，每次從相鄰的座標進行轉移，其中要避免計算到連續 2 秒拿到同個星星的情況

複雜度  $O(NMT)$

## 子題

- 子題 3: 無限制  
用 $dp[i][j]$ 存第 $i$ 個星星、在場上第 $j$ 秒時的最高分數(實際 $i+j$ 秒)  
，用 $Max[i]$ 存前 $i$ 個星星可能最高分數，

若兩個星星的出現時間差 $<N+M$ ，需考慮兩個星星的距離

$$dp[i][j]=\max(dp[i][j], dp[k][l]+w[i])$$

(若距離 $\leq$ 時間差,其中  $i-N-M < k < i$ 、 $l=0,1$ 、 $j=0,1$ )

## 子題

- 子題 3: 無限制  
用  $dp[i][j]$  存第  $i$  個星星、在場上第  $j$  秒時的最高分數(實際  $i+j$  秒)  
，用  $Max[i]$  存前  $i$  個星星可能最高分數，

若兩個星星的出現時間差  $\geq N+M$ ，則一定可以拿到

$$dp[i][j] = \max(dp[i][j], Max[i-N-M] + w[i])$$

複雜度  $O(T(N+M))$

AC code

[完整連結](#)

pD.

復活節彩蛋

**First AC:** 高嘉泓

**AC:** 2 人

出題者:  
rurutoria7

## 題目概述

- 抱歉寫的有點難懂QwQ
- 總之題目說：
- 給你一顆無根樹， $Q$  次詢問有多少根使得  $\text{lca}(x,y) = z$

## 作答概述

- LCA
- 拿各種節點的 size 加加減減

## 子題

- 子題 2 (16分):  $n \leq 100$  and  $q \leq 500$
- 最暴力的方法:
- 對於每次查詢, 枚舉根節點,  
再  $O(n)$  判斷  $\text{lca}(x,y)=z$  是否成立
- $O(qn^2)$

## 子題

- 子題 3 (22分):  $n, q \leq 1000$
- 分 case:
  - $z$  不在  $x$ - $y$  路徑上
    - 無解
  - $z$  在  $x$ - $y$  路徑上
    - 答案: 以  $z$  為根, 不含  $x$  和  $y$  的子樹的 size 總和

## 子題

- 如何判斷  $z$  是否在  $x$ - $y$  路徑上？
- $z$  在  $x$ - $y$  路徑上  
 $\Leftrightarrow$  以  $x$  為根, 子樹  $z$  包含  $y$
- 作法:  
求  $\text{tag}[u]$ , 如果  $u$  子樹中包含任何一個  $\text{tag}$ ,  
則  $\text{tag}[u]=1$ , 否則  $\text{tag}[u] = 0$
- $\text{tag}[y] = 1$

## 子題

- 如何計算以  $z$  為根, 不含  $x$  和  $y$  的子樹的 size 總和?
- 以  $z$  為根求 tag
- $\text{tag}[x] = 1, \text{tag}[y] = 1$
- 答案為與  $z$  的兒子中, 沒被 tag 到的 size 的總和

## 子題

- 子題 4(21): 保證是一條鏈
  - $z$  在  $x$ - $y$  路徑之間
  - $z$  在  $x$  或  $y$
  - $z$  不在  $x$ - $y$  路徑上

## 子題

- 子題 5 (41) : 無額外限制
  - 隨便找個根, 記  $\text{lca}(x,y) = 1$ :
  - $z = 1$ 
    - $n - \text{size}[z \text{ 的有 } x \text{ 的親兒子}] - \text{size}[z \text{ 的有 } y \text{ 的親兒子}]$
  - $z$  在  $1-x$  路徑上
    - $\text{size}[z] - \text{size}[z \text{ 的有 } x \text{ 的親兒子}]$
  - $z$  在  $1-y$  路徑上
    - $\text{size}[z] - \text{size}[z \text{ 的有 } y \text{ 的親兒子}]$
  - 否則,  $z$  不在  $x-y$  路徑上
    - 無解

## 子題

- 用 lca, 可以判斷  $w$  是否在  $u-v$  路徑中
- 用倍增法可以求出  $u$  的哪一個親兒子包含  $v$

AC code

[完整連結](#)

<https://ideone.com/kepoeg>

pE.

五芒星

**First AC:** 高嘉泓

**AC:** 3 人

出題者:  
chyyen

## 題目概述

給一個數列以及  $q$  筆操作, 操作類型有 :

1. push back
2. push front
3. 刪除第  $k$  次出現, value 為  $x$  的數
4. 詢問區間和

最後再把數列輸出出來

## 作答概述

- 線段樹 + treap( or 動態開點線段樹)

## 子題 2, 3

- 子題 2: 只有第 1, 2 種操作  
直接用 deque 做即可
- 子題 3:  $n, q \leq 1000$   
一樣用 deque 做, 至於第 3, 4 種操作直接暴力做

## 子題 4

- 子題 4 : 只有第 1, 2, 4 種操作

把 deque 改用一棵線段樹維護數列的 index,  
push back 就對後面全部 +1

第4種詢問先二分搜出 index  $l, r$  在哪裡, 並且再開一棵線段樹去維護區間和

## 子題 5

- 子題 5 : 對於所有第 3 種操作,  $k=1$

既然都用線段樹維護 `index` 了,  
那其實不難從中間刪除東西, 刪除後也只需要把後面的  
`index` 全部 `-1` 就好

至於對於第 3 種操作, 可以對每個 `value` 開個 `set` 維護第  
一個出現的在哪

## 子題 6

- 子題 6 : 無限制

延續剛剛的作法, 只要把 set 改成 treap 就能查詢第 k 個出現的了

## 子題 6 (動態開點線段樹)

- 子題 6 : 無限制

正解沒有用 treap, 而是用動態開點線段樹

對於數列的每個數, 就在他的 value 的動態開點線段樹上 index +1, 之後要找第 k 出現的就去二分搜他

AC code

[完整連結](#)

pF.

逛街

**First AC:** N/A

**AC:** 0 人

出題者:

cmes31419

## 題目概述

在數線上給定移動範圍 $[0, m]$ ，每次移動可使座標 $+1$ 或 $-1$ ，求從座標 $s$ 移動到座標 $e$ ，共經過 $k$ 個點(含 $s$ 、 $e$ )有幾種移動方式？

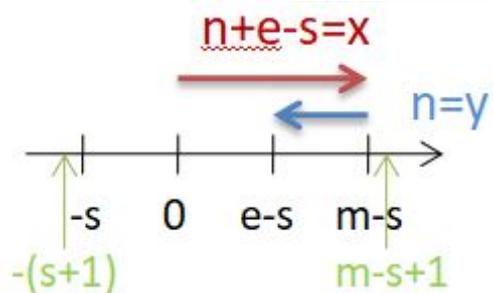
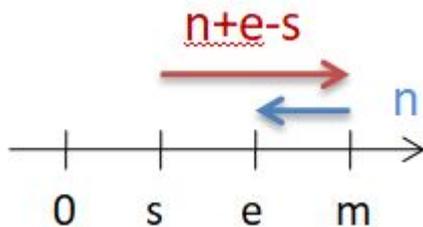
## 作答概述

- 卡特蘭數
- 數論倒數
- 排容

## 子題 2,3

- 子題 2  
暴力
- 子題 3 :  $k \leq 1000$ ,  $m \leq 1000$   
類似pC子題2的做法, 用 $dp[i][t]$ 表示移動 $t$ 步到座標 $i$ 的方法數,  
並從相鄰座標轉移  
複雜度 $O(mk)$

## 子題 4



Let  $x=n+e-s$ ,  $y=n$

$a=e+1$ ,  $b=m-e+1$

$x+y=k-1$

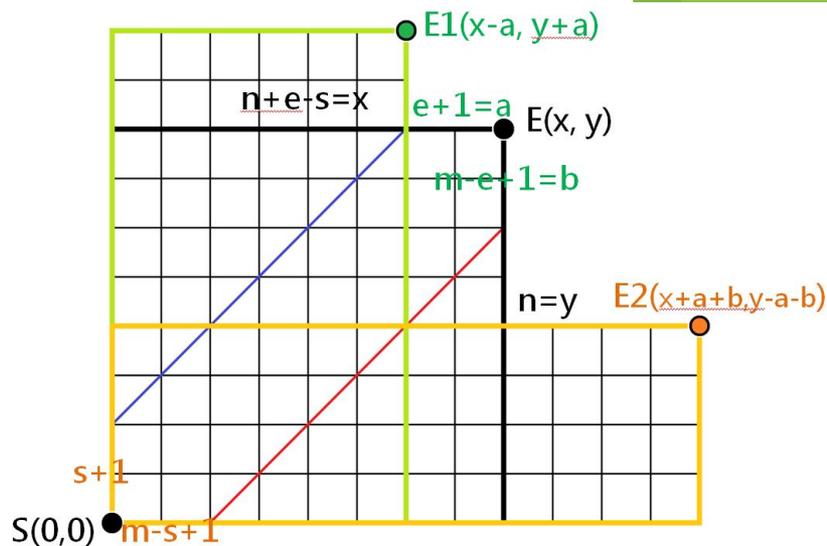
超出 $0^+$ 次範圍:  $C_x^{x+y}$

-) 超出 $1^+$ 次範圍:  $C_{x-a}^{x+y} + C_{y-b}^{x+y}$

+) 超出 $2^+$ 次範圍:  $C_{x-a-b}^{x+y} + C_{y-b-a}^{x+y}$

-) 超出 $3^+$ 次範圍:  $C_{x-2a-b}^{x+y} + C_{y-2b-a}^{x+y}$

+) 超出 $4^+$ 次範圍:  $C_{x-2a-2b}^{x+y} + C_{y-2b-2a}^{x+y}$



## 子題 4

答案 = 全部 - 超出1次範圍 + 超出2次範圍 - 超出3次範圍 + ...

算C x+y取x 時, 用 $(x+y)! * x!$ 的數論倒數 \*  $y!$ 的數論倒數

複雜度 $O(k+k/m)$

AC code

[完整連結](#)