

A. 成績批改

Description

據說，幾乎是在「考試」這個制度誕生的遙遠過去，「調分」這個概念早早就緊隨其後出現了，究竟是學生的實力不及還是老師的考卷出得太難，這個世紀之謎到現在依舊還沒有正確的解答，這同時也成為所有老師的教育難題之一，要讓學生們滿意，究竟要如何調分，方法那是五花八門，「線性調分」、「開根號乘十」，這些都是我們現在常聽到的幾種調分的方式，可以說各種調分方式都是老師們智慧的結晶，以台灣最常見的考試制度來說滿分為 100 分，最低分為 0 分，不管怎麼調分，這都是不可撼動的上下界線。

回到現代，你是班上的數學小老師，你前往辦公室打算向數學老師拿班上的成績單，只是你發現數學老師早就坐在位置上與一疊厚厚的考卷戰鬥，你是一個盡責的小老師，早就看出老師在調分了，於是你向老師詢問了調分方法後從厚厚的考卷堆裡拿走了 N 份考卷，打算幫數學老師調分讓他早早去接他已經放學的小孩了。

調分方式很簡單，只需要把所有原始成績都加上 C 分就好了，只不過需要注意，如果一名學生的原始成績加了 C 分之後超過了 100 分的話，根據不可撼動的考試制度，他的成績會被調整成剛好 100 分。

Input

第一行為兩個正整數 N, C ，代表有幾 N 份需要調分的考卷而每份考卷都需要向上調整 C 分。

第二行為 N 個正整數 $a_1, a_2 \cdots a_N$ ，代表 N 份考卷的原始成績。

各變數範圍如下：

- $1 \leq N \leq 1000$
- $1 \leq C \leq 100$
- $0 \leq a_i \leq 100$

Output

請輸出 N 個正整數，代表每份考卷調分後的分數。

Sample 1

Input	Output
1 10 80	90

Sample 2

Input	Output
5 10 10 30 50 70 90	20 40 60 80 100

Sample 3

Input	Output
5 20 11 33 55 77 99	31 53 75 97 100

配分

在一個子任務的「測試資料範圍」的敘述中，如果存在沒有提到範圍的變數，則此變數的範圍為 Input 所描述的範圍。

子任務編號	子任務配分	測試資料範圍
1	0%	範例測資
2	11%	$N = 1, \max(a_i) + C \leq 100$
3	31%	$N = 1$
4	31%	$\max(a_i) + C \leq 100$
5	27%	無額外限制

B. 庭院深深深幾許

Description

庭院深深深幾許，楊柳堆煙，簾幕無重數。玉勒雕鞍遊冶處，樓高不見章臺路。
雨橫風狂三月暮，門掩黃昏，無計留春住。淚眼問花花不語，亂紅飛過鞦韆去。

又到了學習排列組合的季節，數學課堂裡的哀號聲從懷山樓飄洋過海傳到臨風樓。只見老師賣力地在黑板上揮灑汗水，講台下的學生卻顯意興闌珊。比起算出深深深能有多少排列，他們似乎更想知道能打到多少牌位。

不過就這樣擺爛也不是辦法。要知道，若沒有全副武裝邁向考場，試卷上的數字只會無情地留下傷痕，最終落入永劫不復的暑修地獄。好在小晨及早意識到了事態嚴重，發現不得不立刻動手採取行動。費盡千辛萬苦，翻越千山萬水，小晨終於得手可能會出的考題清單。然而書到用時方恨少，卷非閱過不知難。小晨一看心底涼了一半，滿滿的排列組合題目。取到考題又如何，依然不會如未得。

走投無路的小晨找上你，請你幫他解決這些排列組合的題目，幫助他度過這個難關。每一道題目都在詢問 N 個人共有幾種排列數量，然而狡猾的憲文豈會就這樣輕易放過宜中的新新學子們。這 N 個人依序編號為 $1, 2, \dots, N$ ，必須符合憲文制定的 M 條規則。規則總共有以下三種：

1. A 跟 B 相鄰
2. A 跟 B 不相鄰
3. A 在 B 前面

請你幫小晨計算出在符合這 M 條規則的前提下， N 個人共有多少種排列數量。兩個排列不同若且唯若存在任何一人在兩個排列中處於不同的位置上。

Input

第一行為兩個正整數 N, M ，代表排列人數和規則數量。

接下來 M 行，每行有若干個整數，代表一條規則：

- 規則一：1 $A B$ ，代表 A 跟 B 相鄰
- 規則二：2 $A B$ ，代表 A 跟 B 不相鄰
- 規則三：3 $A B$ ，代表 A 在 B 前面

各變數範圍限制如下：

- $1 \leq N \leq 10$
- $0 \leq M \leq 10$
- $1 \leq A, B \leq N$
- $A \neq B$

Output

請輸出一個整數代表符合所有規則的排列數量。

Sample 1

Input	Output
5 5 1 1 2 1 1 3 2 2 3 3 2 3 3 3 4	3

Sample 2

Input	Output
6 6 1 3 4 1 4 5 2 3 5 3 1 2 3 3 1 3 4 2	8

Sample 3

Input	Output
10 10	4720
2 10 2	
1 6 7	
1 3 5	
2 10 1	
2 8 4	
3 1 10	
3 3 6	
2 8 6	
3 5 8	
1 8 10	

配分

在一個子任務的「測試資料範圍」的敘述中，如果存在沒有提到範圍的變數，則此變數的範圍為 Input 所描述的範圍。

子任務編號	子任務配分	測試資料範圍
1	0%	範例測資
2	1%	$N \leq 10, M = 0$
3	7%	$N \leq 10, M = 1$
4	7%	$N \leq 2$
5	18%	$N \leq 5$
6	36%	$N \leq 8$
7	31%	無額外限制

Hint

範例測資一的三種排列如下：

- 5 2 1 3 4
- 2 1 3 5 4
- 2 1 3 4 5

範例測資二的八種排列如下：

- 3 4 5 1 2 6
- 3 4 5 1 6 2
- 3 4 5 6 1 2
- 5 4 3 1 2 6
- 5 4 3 1 6 2
- 5 4 3 6 1 2
- 6 3 4 5 1 2
- 6 5 4 3 1 2

C. 火的後續-四方位染疫

Description

傳說中在宜中七大不可思議中，有一個「火」的故事，在傳說中，有一位學長獨自坐在電腦教室寫著有關廣度優先搜尋算法的題目，題目內容是一個有關於火災範圍預測的簡單題目，但那位學長寫了一天、一星期、一個月... 最後在那位學長畢業時，仍然沒能寫出來，他灰心喪志，最後獨自一人在電腦教室.....

聽完這個故事的你準備跟學長一起挑戰看看過去傳說的題目，但是突然接到學校通知，疫情在學校爆發了，學校想要進行對疫情的預測並把控好接下來教室每天的剩餘健康人數。

已知教室內有 N 排 M 列的座位，並有 K 位在第一天就已經確診的學生，而他們分別使用位於教室內座標 $(x_1, y_1), (x_2, y_2) \dots (x_K, y_K)$ 的桌椅。

科學家發現這種疾病的擴散方式很特別，每天都會從所有已經確診學生的位置向上、下、左、右四個方向擴散一個座位的長度，由於紙本匯報太慢了，於是學校希望有人能幫忙設計出能夠預測從現在開始到全班確診這段時間內每天剩餘健康人數的程式。

原本你打算請學長去幫忙，但轉頭一看發現學長已經開始在寫「火」了，所以你決定扛起這個任務，為防疫盡一份心力。

Input

第一行為兩個正整數 N, M ，代表教室內桌椅總共有 N 排 M 列。

第二行為一個正整數 K ，代表第一天教室內已經有 K 位學生確診。

接下來 K 行，每行有兩個整數 x_i, y_i ，為第一天已經確診的同學所使用的桌椅位置。

各變數範圍如下：

- $1 \leq N \times M \leq 10^6$
- $1 \leq K \leq N \times M$
- $1 \leq x_i \leq N$
- $1 \leq y_i \leq M$

Output

請輸出一個遞減數列代表從第一天開始到全班確診之間每天的剩餘健康人數。

Sample 1

Input	Output
2 3 1 1 2	5 2 0

Sample 2

Input	Output
1 5 2 1 2 1 4	3 0

Sample 3

Input	Output
3 3 1 2 2	8 4 0

配分

在一個子任務的「測試資料範圍」的敘述中，如果存在沒有提到範圍的變數，則此變數的範圍為 Input 所描述的範圍。

子任務編號	子任務配分	測試資料範圍
1	0%	範例測資
2	13%	$M = 1, K = 1$
3	25%	$N, M \leq 300, K = 1$
4	22%	$N, M \leq 300$
5	29%	$N, M \leq 1000$
6	11%	無額外限制

D. 數學天才的難關

Description

很久以前在某所冠地名高中有一名天才學生黃瓜，他可以用七天讀完國中會考，用一個月讀完高中學測，而這樣的他尤其擅長數學，常常無師自通超前學習，也因為他什麼都會，考試都考超過一百分，所以常常數學課上不聽數學老師上課，由於他這樣不專心聽課的態度讓數學老師很生氣。

於是乎數學老師心生一計，有一天老師在上課前對他說：「現在老師跟你打一個賭，只要老師出了一個問題他回答的出來，就送給他一台 PS6，但如果他回答不出來，他之後就得乖乖上課。」黃瓜本來信心滿滿，但是這次他失算了，因為老師要求他計算出符合下方同餘方程式的答案 x 。

$$a^x \equiv b \pmod{p}$$

由於老師給出的數字很大，已經超出人類的能力範圍，就算是天才也是人類也是有極限的，於是他偷偷傳訊息來拜託你用程式的能力來幫助他順利回答出正確答案，並且答應你會讓你一起跟他玩 PS6。

請你根據題目給定的解法和步驟，設計出能快速解開這個方程式的程式，幫助他度過這個難關，讓你跟他能一起開心地玩免錢的 PS6。

同餘方程式說明

同餘：當兩個整數 x, y 除以同一個正整數 m ，若得相同餘數，則稱二整數 x, y 對於模數 m 同餘，記為

$$x \equiv y \pmod{m}$$

同餘方程式，顧名思義就是餘數相同的方程式，以下列方程式舉例，此方程式的含意就是利用 2 對 3, 5 取餘數的結果相同 ($3\%2 = 5\%2 = 1$)

$$3 \equiv 5 \pmod{2}$$

算法說明

根據歐拉定理，若解存在，則 x 有無限多組解，且必定存在一解在區間 $[0, p - 1]$ 之間，所以可以嘗試枚舉區間內的所有 x 來計算答案。但是還有一個夠快速的做法，就是 BSGS (BABY-STEP GIANT-STEP) 算法，首先我們可以令 $x = m * i - j$ ，而 m 為 \sqrt{p} 的向上取整，並將方程式改寫為下方形式

$$a^{m*i-j} \equiv b \pmod{p}$$

接下來我們將 a 的 $-j$ 次方進行移項就能得到下方的方程式

$$a^{m*i} \equiv b \times a^j \pmod{p}$$

經過計算，我們可以知道 i 的範圍介於 1 到 m ，而 j 的範圍介於 0 到 $m - 1$ 之間，接著我們枚舉右側的所有 j 並把結果儲存起來。若對於一個 i 存在一個 j 使得兩者同餘，表示 (i, j) 會符合方程式，最後再使用 (i, j) 轉換出 x 並輸出答案。

Input

第一行為三個正整數 a, b, p ，代表上述同餘方程式左側的底數、方程式右側的數字和模數。

各變數範圍如下：

- $1 \leq a, b, p \leq 10^9$
- 保證 a 和 p 互質
- 保證此題目在 $[0, p]$ 區間內有至少一解

Output

請輸出一個整數代表 x 使得方程式成立。

Sample 1

Input	Output
3 5 2	1

Sample 2

Input	Output
7 3 10	3

Sample 3

Input	Output
7 4 17	4

配分

在一個子任務的「測試資料範圍」的敘述中，如果存在沒有提到範圍的變數，則此變數的範圍為 Input 所描述的範圍。

子任務編號	子任務配分	測試資料範圍
1	0%	範例測資
2	8%	$a \leq 100, p \leq 100$
3	21%	$a \leq 10^5, p \leq 1000$
4	24%	$p \leq 10^5$
5	47%	無額外限制

Hint

Sample3 的實際做法如下：

已知 $a = 7, b = 4, p = 17, m = \sqrt{p} = 4.1231\dots$ ，向上取整可得 $m = 5$ ，接著我們枚舉 j 的範圍並記錄 $4 \times 7^j \pmod{17}$ 的答案，並且枚舉 i 並計算 $7^{5 \times i} \pmod{17}$ 的結果。

$$\begin{array}{ll}
 \underline{j = 0, 4 \times 7^0 \pmod{17} = 4} & \underline{i = 1, 7^{5 \times 1} \pmod{17} = 11} \\
 j = 1, 4 \times 7^1 \pmod{17} = 11 & i = 2, 7^{5 \times 2} \pmod{17} = 2 \\
 j = 2, 4 \times 7^2 \pmod{17} = 9 & i = 3, 7^{5 \times 3} \pmod{17} = 5 \\
 j = 3, 4 \times 7^3 \pmod{17} = 12 & \underline{i = 4, 7^{5 \times 4} \pmod{17} = 4} \\
 j = 4, 4 \times 7^4 \pmod{17} = 16 & i = 5, 7^{5 \times 5} \pmod{17} = 10
 \end{array}$$

可以看到當 $i = 1$ 時與 $j = 1$ 的結果相同所以可以反推得出有一個 $x = 5 \times 1 - 1 = 4, 7^4 = 2401 \equiv 4 \pmod{17}$ 。

而當 $i = 4, j = 0$ 時可得 $x = 5 \times 4 - 0 = 20$ 為此方程式的另一個解。

E. 妙妙網路城

Description

又到了四年一度的地方首長選戰對決，各地候選人摩拳擦掌，準備角逐百里侯大位。身為割馬籃共和國首長的妙妙姊也不例外，預計在這最後的時間衝刺建設，以實質的政績求選票、拚連任。根據妙妙姊的幕僚指出，在現今的 5G 時代，最好的建設就是超讚的網路速度。因次這次妙妙姊決定聽取建議，為國內各地鋪設大量光纖網路，讓所有居民都能享有高速的上網體驗。

割馬籃共和國是由有 N 座城鎮所組成，其中編號 1 城鎮是政府所在地，亦是網路供應的源頭。在政府宣傳招商後，若干家廠商總計提供了 M 條光纖建設方案，每條方案包含以下資訊：

- a_i, b_i ：代表該方案連接城鎮 a_i 與城鎮 b_i 。
- c_i ：代表該方案是來自編號 c_i 廠商。

妙妙姊必須選定一些建設方案，使得所有城鎮都能透過數條光纖連接到城鎮 1，以便獲取超高速網路。然而建設這些光纖的費用跟妙妙姊一樣奇妙，或許是編號相近的廠商能更加順利合作的關係，建設費用竟然取決選定的廠商編號全距。換句話說，若 S 為選定方案的集合，則建設費用 P 為

$$P = \max(c_j) - \min(c_j), \quad c_j \in S$$

也就是編號最大的廠商減掉編號最小的廠商。

為了割馬籃共和國著想，避免官商勾結，花大錢做小事。請你幫妙妙姊計算看看，最少需要花費多少建設費用才能將所有城鎮都連接到城鎮 1？

Input

第一行包含兩個正整數 N, M ，分別代表城鎮與建設方案數量。

接下來 M 行，每行有三個正整數 a_i, b_i, c_i ，代表該方案連接城鎮 a_i 與 b_i ，並且來自編號 c_i 廠商。

各變數範圍限制如下：

- $2 \leq N \leq 10^5$
- $1 \leq M \leq 2 \times 10^5$
- $1 \leq a_i, b_i \leq N$
- $a_i \neq b_i$
- $1 \leq c_i \leq 100$
- 保證所有城鎮必定可以透過數條方案連接到城鎮 1

Output

請輸出一個整數代表最小的建設花費。

Sample 1

Input	Output
4 5 1 2 1 1 3 3 2 3 2 2 4 3 3 4 4	1

Sample 2

Input	Output
9 14 1 2 2 1 4 3 1 5 5 1 7 1 2 3 5 2 4 1 3 5 1 4 7 4 4 8 2 4 9 5 5 6 7 5 7 7 6 7 3 7 8 6	3

Sample 3

Input	Output
6 11	0
1 2 1	
1 3 1	
1 4 1	
1 5 1	
1 6 1	
1 6 2	
1 6 3	
2 3 3	
3 4 4	
4 5 5	
5 6 6	

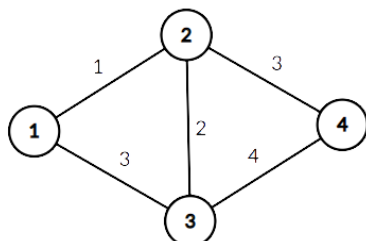
配分

在一個子任務的「測試資料範圍」的敘述中，如果存在沒有提到範圍的變數，則此變數的範圍為 Input 所描述的範圍。

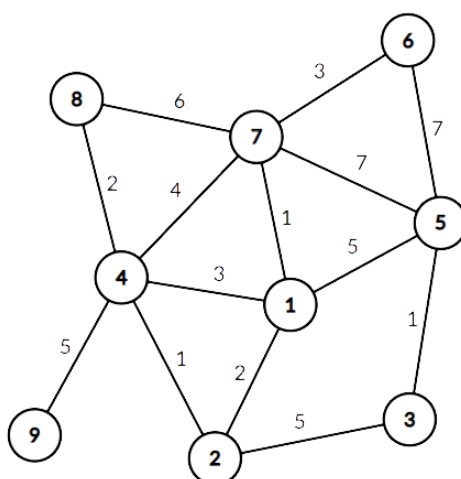
子任務編號	子任務配分	測試資料範圍
1	0%	範例測資
2	3%	$1 \leq a_i \leq 2$
3	9%	$1 \leq a_i \leq 10, 1 \leq M \leq 2 \times 10^3$
4	15%	$1 \leq a_i \leq 10, 1 \leq M \leq 2 \times 10^4$
5	28%	$1 \leq a_i \leq 10$
6	33%	$1 \leq M \leq 2 \times 10^4$
7	12%	無額外限制

Hint

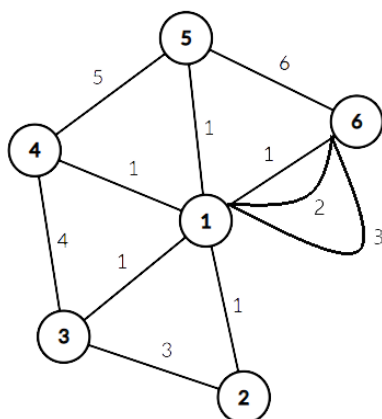
範例一圖樣如下



範例二圖樣如下



範例三圖樣如下



F. 波動的麥穗

Description

傳說蘇格拉底曾經帶領幾個弟子來到一個麥穗田邊，請他們去摘下一個最高最好的麥穗。不過他們必須頭也不回地沿著直線前進，且只有一次的摘取機會。這個故事逐漸演變成數學裡的最優停止問題 (Optimal Stopping Problem)，並且找到了最佳解——37% 法則。也就是記住前 37% 中最高最好的麥穗，接著在後 63% 裡頭遇到的第一個更好的麥穗即是最佳選擇。

某晚小晨在睡夢中偶遇了蘇格拉底，最近因為股市起起落落而心情大受影響的小晨，忍不住跟蘇格拉底抱怨一番。為了鼓勵小晨繼續努力前進，蘇格拉底又講述了一個麥穗的故事。不同於先前的版本，這次蘇格拉底希望小晨去尋找一些高度波動的麥穗，就好像那高高低低的股價一般。蘇格拉底說到

「小晨啊，你看看眼前的 N 個麥穗，每個都有不同的高度 h_i 跟價值 v_i 。不如你就去尋找一些麥穗，使得你依序選定的這些麥穗高度是波動的，且價值總和最高。相信這一定會對你的人生有所幫助啦！」

更確切地說，若 h_1, h_2, \dots, h_k 依序是小晨選定的麥穗高度，則這些高度必須滿足波動形式：

$$(h_{j-1} < h_j > h_{j+1}) \vee (h_{j-1} > h_j < h_{j+1}), \quad \forall j \in [2, k-1]$$

也就是這些選定的麥穗一字排開的話，高度會呈現一高一低的鋸齒狀。

小晨醒來後，急忙拿著這 N 筆麥穗的資料翻來覆去，嘗試尋找最佳的選擇。然而由於麥穗實在是太多了，小晨怎麼樣也無法好好確認所有的可能性。請你幫助小晨，找到最佳選擇下，他能夠拿到多少價值總和的麥穗，讓他的人生可以稍微減少一點悲慘。

Input

第一行包含一個正整數 N ，代表麥穗的數量。

接下來 N 行，每行有二個整數 h_i, v_i ，分別代表第 i 個麥穗的高度與價值。

各變數範圍限制如下：

- $1 \leq N \leq 2 \times 10^5$
- $-10^9 \leq h_i, v_i \leq 10^9$

Output

請輸出一個整數，代表最高可能的價值總和。

Sample 1

Input	Output
10	30
2 7	
3 5	
6 1	
5 3	
7 2	
1 8	
3 9	
6 2	
4 1	
5 3	

Sample 2

Input	Output
6	5
1 -5	
2 4	
2 -2	
2 3	
1 -1	
2 2	

Sample 3

Input	Output
1	0
-7777 -9999	

配分

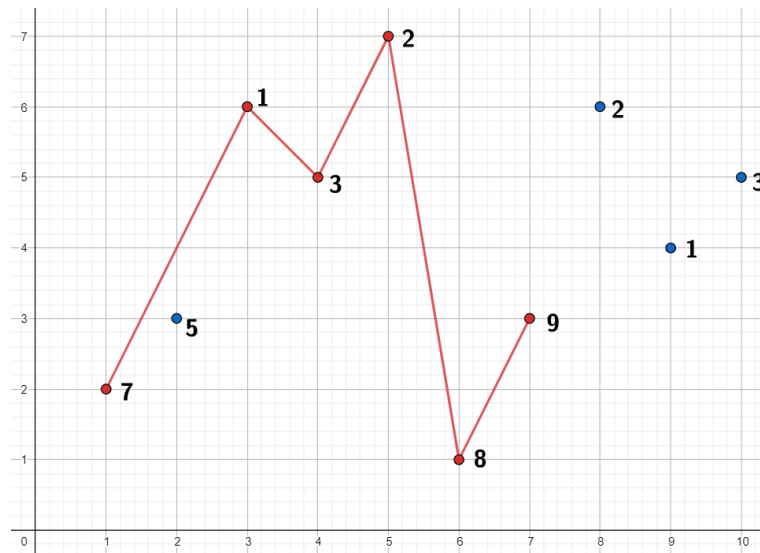
在一個子任務的「測試資料範圍」的敘述中，如果存在沒有提到範圍的變數，則此變數的範圍為 Input 所描述的範圍。

子任務編號	子任務配分	測試資料範圍
1	0%	範例測資
2	8%	$1 \leq N \leq 20$
3	13%	$1 \leq h_i \leq 2$
4	28%	$1 \leq N \leq 1000$
5	32%	$1 \leq h_i \leq 2 \times 10^5$
6	19%	無額外限制

Hint

下圖為範例一的麥穗及最佳選擇。

X 軸為節點選擇順序， Y 軸代表高度，旁邊的數字代表價值。紅色節點為選定的麥穗，其連線呈現波動狀。



注意到範例三中，不拿取任何麥穗亦是一種選擇。